OP1-TD

Rappels d'optique géométrique

- Généralités : 01, 05, 07, 11, 12, 13, 14, 15 ;
- Focométrie : 02, 03, 08, 09 ;
- Instruments optiques : 04, 06, 10.

OP1 — 01 Position et taille d'une image par une lentille

On fait l'image d'un objet de taille $\ell = 2$ cm avec une lentille de vergence $v' = -10\ \delta$, située à une distance $d = 5$ cm de l'objet.

1) Calculer la distance focale de la lentille et indiquer sa nature.

2) Faire la construction des rayons correspondant à la situation décrite.

3) Déterminer littéralement puis numériquement la position et la taille de l'image.

Données : Formule de conjugaison de Descartes pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

OP1 — 02 Focométrie d'une lentille divergente (1)

On propose un protocole expérimental permettant de mesurer la vergence d'une lentille divergente. Les méthodes habituelles (comme celle de Bessel, voir le TP sur la focométrie) ne peuvent pas être exploitées directement car une lentille divergente donne toujours une image **virtuelle** d'un objet réèl.

Le protocole consiste à accoler à la lentille divergente une lentille convergente de sorte à ce que le système des deux lentilles soit convergent. On se ramène alors aux méthodes habituelles.

1) On place sur le même support une lentille convergente de focale connue $f'_1 = 8{,}0$ cm et une lentille divergente de focale inconnue f'_2 que l'on souhaite déterminer. En appliquant deux fois la formule de conjugaison de Descartes, montrer que la vergence du doublet est la somme des vergences des deux lentilles. On parle du *théorème d'additivité des vergences.*

2) L'association des deux lentilles donne d'un objet placé à 70 cm de celles-ci une image réelle située à 25,5 cm. Déterminer f'_2.

Données : Formule de conjugaison de Descartes pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

OP1 — 03 Focométrie d'une lentille divergente (2) — Méthode de Badal

Une première méthode de mesure de la vergence d'une lentille divergente a été étudiée dans l'exercice OP1-02. Une autre existe, la méthode de Badal. Elle consiste à utiliser cette fois deux lentilles convergentes $(\mathcal{L}_1)$ (centre O_1, distance focale f'_1) et $(\mathcal{L}_2)$ $(O_2,\ f'_2)$ séparées par une distance O_1O_2 supérieure à f'_2. On place alors l'objet AB dans le plan focal objet de $(\mathcal{L}_1)$ de façon à obtenir une image réelle dans le plan focal image de $(\mathcal{L}_2)$. On place ensuite la lentille divergente de focale inconnue f' dans le plan focal objet de $(\mathcal{L}_2)$. L'image de l'objet $A'B'$ à travers les trois lentilles se forme alors au delà du plan focal image de $(\mathcal{L}_2)$. On note $\delta = \overline{F'_2A'}$ le déplacement de l'image provoqué par la lentille divergente.

1) Exprimer f' en fonction de f'_2 et δ.

Données : Formule de conjugaison de Descartes et de Newton pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{et} \qquad \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

On pourra consulter le lien suivant : `http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/focometrie/badal.php?typanim=Javascript`

OP1 — 04 Modélisation d'un microscope

Un microscope est modélisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique :
- ($\mathcal{L}_1$) de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 5$ mm (l'objectif) ;
- et ($\mathcal{L}_2$) de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = 25$ mm (l'oculaire).

On note F'_1 et F_2 les foyers respectivement image de $\mathcal{L}_1$ et objet de $\mathcal{L}_2$. On donne l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1F_2} = 25$ cm. L'axe optique est orienté de O_1 vers O_2. L'oeil placé au foyer image de l'oculaire étudie un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique (A appartenant à celui-ci).

1) Où doit être situé A pour que l'oeil n'ait pas à accomoder ? Répondre en donnant l'expression littérale et la valeur numérique de $\overline{F_1A}$.

2) On se place dans les conditions de la question précédente. Sur une figure (où on prendra $f'_1 < f'_2 < \Delta$), représenter la marche d'un faisceau lumineux issu de B.

3) Soit α' l'angle algébrique sous lequel l'oeil voit l'image de AB par le microscope, et α l'angle algébrique sous lequel on apercevrait l'objet sans se déplacer en l'absence de microscope. Calculer le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Faire l'application numérique.

4) Comment s'interprète le signe de G ?

Données : Formule de conjugaison de Descartes et de Newton pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{et} \qquad \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

OP1 — 05 Problème de vue (Résolution de problème)

1) Une personne myope voit net jusqu'à 30 cm. Quel verre correcteur est le plus adapté ? On répondra en dioptrie.

Données : Formule de conjugaison de Descartes et de Newton pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{et} \qquad \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

OP1 — 06 Lunettes astronomiques de Galilée et de Képler

Une lunette de Galilée est constituée :
- d'une lentille mince convergente ($\mathcal{L}_1$), de distance focale $f'_1 = 60$ cm (l'objectif) ;
- et d'une lentille mince divergente ($\mathcal{L}_2$), de distance focale $f_2 = 6{,}0$ cm (l'oculaire).

1) Comment sont placées les lentilles afin que la lunette soit réglée à l'infini ? Calculer la distance les séparant.

2) Tracer sur une figure le chemin suivi par un faisceau lumineux parallèle, arrivant sur l'objectif en faisant un angle α avec l'axe optique.

3) Calculer le grossissement de la lunette, c'est-à-dire le rapport de l'angle émergent sur l'angle incident, pour des rayons provenant de l'infini. Que devient ce grossissement si on utilise la lunette à l'envers ?

4) Expliquer pourquoi, lorsque l'angle α augmente, les rayons finissent par ne plus rentrer dans la pupille de l'utilisateur regardant dans l'axe de la lunette.

5) Afin de pallier à ce problème et ainsi augmenter le champ de vision, Képler a remplacé la lentille divergente par une lentille convergente de même focale en valeur absolue. Quelle est alors la nouvelle distance entre les lentilles ?

6) Tracer de nouveau le chemin suivi par un faisceau lumineux parallèle, arrivant sur l'objectif en faisant un angle α avec l'axe optique.

7) Discuter en quoi la lunette de Képler améliore effectivement le champ de vision.

Données : Formule de conjugaison de Descartes et de Newton pour les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{et} \qquad \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

OP1 — 07 Critère $D \geqslant 4\,f'$ pour la projection d'un objet sur un écran

On note D la distance entre un objet fixe AB et un écran fixe. On considère une lentille mince convergente de distance focale f' et de centre O, qu'on placera entre l'objet et l'écran. $\overline{AO}$ est la distance entre l'objet et la lentille.

1) Faire un schéma de la situation.

2) À l'aide de la formule de conjugaison de Descartes, montrer qu'il faut nécessairement avoir $D \geqslant 4\,f'$ pour pouvoir obtenir sur l'écran une image de l'objet par la lentille.

Données : Formule de conjugaison de Descartes les lentilles minces

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

OP1 — 09 Focométrie d'une lentille convergente (2) — Méthode de Bessel

On étudie une lentille mince convergente $(\mathcal{L})$, de centre O, et de distance focale f', utilisée dans les conditions de Gauss. Un objet AB et un écran $(\mathcal{E})$ sont fixes et distants de D. Entre l'objet et l'écran, on déplace la lentille $(\mathcal{L})$ pour obtenir sur $(\mathcal{E})$ une image nette $A'B'$ de l'objet. L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière.

1) On pose $p = \overline{OA}$. Montrer que si $D > D_{\min}$, avec $D_{\min}$ une valeur minimale que l'on exprimera en fonction de f', alors il existe deux positions p_1 et p_2 (avec $|p_1| < |p_2|$) de $(\mathcal{L})$ pour lesquelles une image nette se forme sur l'écran. Donner les expressions de p_1 et p_2 en fonction de D et f'.

2) On se place dans le cas $D > D_{\min}$. On note d la distance entre les deux positions de la lentille $(\mathcal{L})$ donnant une image nette sur $(\mathcal{E})$. Montrer que la distance focale f' s'exprime en fonction de d et D.

3) On mesure $D = (90 \pm 1)$ cm et $d = (30 \pm 1)$ cm. Calculer f'.

4) On donne l'expression générale de l'incertitude sur f' dans ce cas

$$\Delta f' = \sqrt{\left(\frac{D^2 + d^2}{4\,D^2}\,\Delta D\right)^2 + \left(\frac{d}{2\,D}\,\Delta d\right)^2}$$

avec ΔD et Δd les incertitudes de mesure sur D et d. Calculer alors l'incertitude $\Delta f'$ sur f' pour cette mesure.

Données : Formule de conjugaison de Descartes les lentilles minces $\quad \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$.

OP1 — 10 L'oeil et la loupe

Un observateur emmétrope (c'est-à-dire avec une vision normale) peut voir distinctement des objets situés à une distance comprise entre son ponctum proximum $d_m = 25$ cm et l'infini. À l'infini, l'observation se fait sans accomodation donc sans fatigue.

1) Un observateur emmétrope regarde à l'oeil nu un tout petit objet plan, que l'on assimile à un segment AB de longueur ℓ, orthogonal à l'axe optique (Ox). Déterminer l'angle maximal α_m sous lequel est vu l'objet.

2) L'observateur regarde maintenant AB à travers une loupe, qui est une lentille mince convergente, de distance focale f' et de centre O. Son oeil est situé à une distance $a < d_m$ de la loupe. Faire une construction géométrique de l'image. L'image est-elle droite ou renversée ?

3) Pour quelle position de l'objet l'observation se fait-elle sans fatigue d'accomodation ? Exprimer l'angle α sous lequel est vu l'objet dans ce cas.

4) On appelle **grossissement commercial** de la loupe le rapport

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_m}$$

Calculer G pour une lentille de focale $f' = 50$ mm.

Données : Formule de conjugaison de Descartes les lentilles minces $\quad \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$.

OP1 — 08 Focométrie d'une lentille convergente (1) — Autocollimation

On considère une lentille convergente dont on veut connaître la distance focale. La méthode d'autocollimation consiste

- à placer un miroir derrière la lentille, et le plus parallèle possible à celle-ci ;
- à placer ensuite un objet devant la lentille, et à éloigner (ou rapprocher) l'ensemble {lentille+miroir} de telle sorte à voir l'image de l'objet nette dans le même plan que l'objet.

Dans cette situation, l'objet (et l'image donc) sont dans le plan focal objet de la lentille. Il suffit alors de mesurer la distance entre l'objet et la lentille pour connaître la distance focale de celle-ci.

1) Faire un schéma de la situation pour laquelle l'autocollimation est réalisée. Tracer les rayons lumineux associés.

OP1 — 11 Nature convergente ou divergente d'une lentille

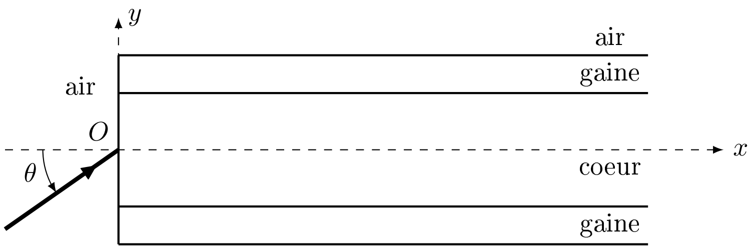
Regarder l'animation sur la page associée au QRcode ci-contre.

1) Sur un schéma, élaborer le tracé des rayons explicitant les comportements observés.

Remarque. La page web de l'animation est `http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/conv_div.php?typanim=Javascript`

OP1 — 12 Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, représentée ci-dessous, est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1{,}500$ et de rayon r_c, entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1{,}485$. L'axe (Ox) de la fibre est normal au dioptre air/cœur. En raison de la symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe (Ox), on se restreint à une étude dans le plan (xOy). L'indice de l'air est $n = 1{,}000$.



1) Un rayon lumineux se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy), pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ. Montrer que le rayon reste dans le coeur si l'angle θ est inférieur à un angle limite θ_ℓ, appelé angle d'acceptance de la fibre optique. Donner l'expression de θ_ℓ en fonction de n_g et n_c, et calculer sa valeur numérique.

2) On considère la même fibre de longueur L. Le rayon rentre dans la fibre avec un angle θ variable compris entre 0 et θ_ℓ. Quel est le rayon qui traverse la fibre le plus rapidement ? Quelle est la durée T de parcours de ce rayon dans la fibre, en fonction de L, c et n_c ?

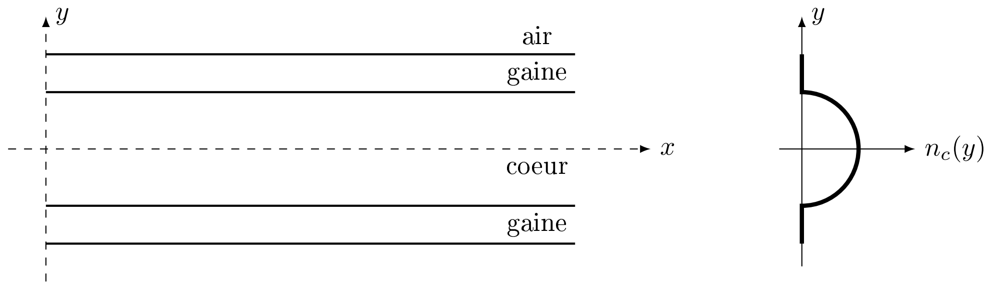
3) Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Quelle est la durée T' de parcours de ce rayon dans la fibre, en fonction de L, c, n_c et n_g ?

Donnée. On donne la formule trigonométrique (qu'on retrouvera géométriquement) $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$.

Remarque. Il existe aussi des fibres **à gradient d'indice**, dans lesquelles l'indice ne subit pas de discontinuité à l'interface entre le cœur et la gaine, mais varie au contraire continûment du centre au bord.

OP1 — 13 Fibre optique à gradient d'indice

Contrairement à une fibre optique à saut d'indice, où l'indice saute brutalement à l'interface entre la gaine et le cœur, une fibre à gradient d'indice est caractérisée par un indice qui varie continûment avec la distance à l'axe dans le cœur, ce qu'on représente ci-dessous.



On considère une fibre dont le cœur a un rayon r_c et dont l'indice du cœur évolue selon

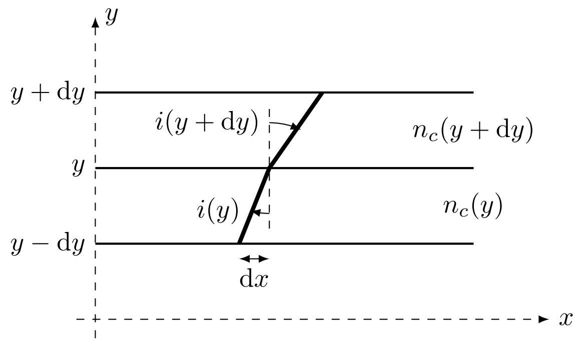
$$n_c(y) = n_0 \sqrt{1 - \Delta \frac{y^2}{r_c^2}}$$

avec n_0 et Δ deux paramètres qui caractérisent cette évolution. Notamment, n_0 est l'indice au centre (donc maximal). L'indice de la gaine s'obtient par continuité en $y = r_c$

$$n_g = n_0 \sqrt{1 - \Delta} \qquad \text{soit} \qquad \Delta = \frac{n_0^2 - n_g^2}{n_0^2}$$

On cherche dans cet exercice à obtenir l'équation de la trajectoire du rayon lumineux dans la fibre.

On ne sait pas en prépa traiter le cas des milieux inhomogènes dont l'indice varie continûment, mais seulement les interfaces (pour lesquelles on a les lois de Descartes). Pour pallier cette difficulté, on adopte la stratégie suivante : on modélise le cœur de la fibre comme une succession de morceaux de largeur dy et d'indice **homogène** $n_c(y)$, comme représenté sur le schéma ci-dessous. L'idée sera ensuite de faire tendre d$y \to 0$ pour revenir à la situation initiale où l'indice varie continûment.



1) On note $i(y)$ l'angle d'incidence du rayon lumineux à l'ordonnée y. Écrire la relation entre $i(y)$, $i(y + \mathrm{d}y)$, $n_c(y)$ et $n_c(y + \mathrm{d}y)$, puis écrire la même équation pour l'interface en $y - \mathrm{d}y$ et pour celle en $y + \mathrm{d}y$. En déduire que $n_c \sin i$ est une constante du problème, qu'on notera C.

2) Exprimer ensuite $\sin i(y)$ en fonction de dx et dy, et en déduire que

$$1 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2 = \frac{n_0^2}{C^2}\left(1 - \Delta\left(\frac{y}{r_c}\right)^2\right) \tag{1}$$

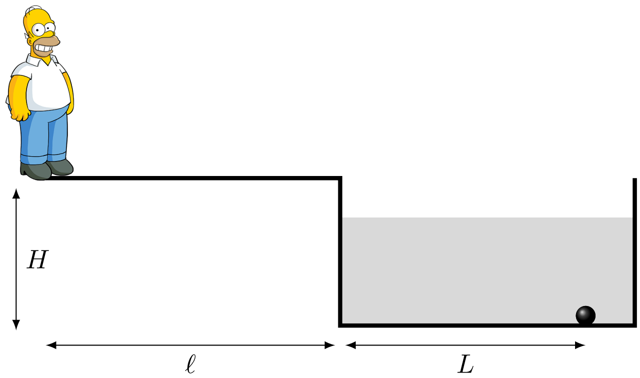
Comment décririez-vous cette équation ? Voyez-vous une stratégie pour la résoudre ? Si oui, calculez $y(x)$ et tracer la trajectoire du rayon lumineux dans la fibre à gradient d'indice. Comparez avec une fibre à saut d'indice. Sinon, regardez la question suivante.

3) On peut résoudre l'équation (1) en la dérivant. Reprendre alors la suite de la question 2.

4) Où a-t-on utilisé la limite d$y \to 0$ mentionnée en introduction ?

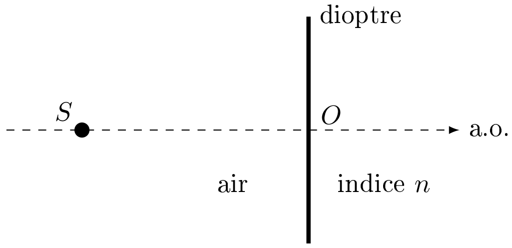
OP1 — 14 Piscine (Résolution de problème)

1) Dans la situation ci-dessous, quelle doit être la hauteur d'eau dans la piscine pour que la personne de taille h puisse voir la pièce au fond de l'eau ?



OP1 — 15 Relation de conjugaison du dioptre plan

On place une source S face à un dioptre plan comme schématisé ci-dessous.



1) Montrer que le dioptre plan réalise une image S' de la source S, et démontrer la « relation de conjugaison du dioptre plan »

$$n\,\overline{OS} = \overline{OS'}$$