O4-TD

Ondes sonores dans les fluides

- Généralités : 01, 02, 03, 05, 06, 13, 15 ;
- Ondes stationnaires : 04, 11 ;
- Propagation : 07, 10, 14 ;
- Réflexion/transmission : 08, 09, 12.

O4 — 02 Ondes sphériques (TD-cours)

On appelle « onde sphérique » une onde qui respecte la symétrie sphérique, c'est-à-dire une onde qui ne dépend que de r (et t). On considère dans cet exercice une source sonore isotrope à l'origine O d'un repère sphérique, qui émet une onde de surpression sphérique

$$p_1(\vec{r}, t) = p_1(r, t)$$

(Remarquez que les surfaces « équi-ondes » sont les surfaces r =Cste, c'est-à-dire les sphères, d'où le nom d'onde sphérique). Pour une telle onde, on montre que le laplacien s'écrit simplement

$$\Delta p_1 = \frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\,p_1)}{\partial r^2}$$

1) Écrire l'équation de d'Alembert à trois dimensions vérifiée par la surpression dans le vide.

2) Poser ensuite $S(r, t) = r\,p_1(r, t)$. Résoudre l'équation obtenue pour S dans le cas général à l'aide des ondes progressives. Identifier dans la solution l'onde progressive et l'onde regressive. On parle aussi d'onde divergente et convergente respectivement.

Le facteur $1/r$ dans l'amplitude s'interprète par la conservation de l'énergie. Les questions suivantes visent à démontrer cette affirmation.

3) On s'intéresse à une onde sphérique harmonique

$$p(r, t) = \frac{S_0}{r}\cos(\omega\,t - k\,r)$$

Calculer le champ de vitesse associé à une onde de surpression sphérique progressive divergente harmonique.

4) Identifier dans le champ de vitesse deux termes, l'un appelé « champ proche $\vec{v_p}$ » et l'autre « champ lointain $\vec{v_l}$ ». Précisez les zones où chacun de ces deux termes domine l'autre.

5) En déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting associé à cette onde. On rappelle le gradient en sphérique

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\,\vec{e_r} \qquad \text{si } f \text{ ne dépend que de } r.$$

Commenter la contribution du champ proche.

6) En déduire l'intensité sonore puis la puissance acoustique moyenne rayonnée à travers une sphère de rayon R quelconque.

7) Conclure quant à la signification du facteur $1/r$.

8) Si l'intensité sonore en décibels est I_{dB} à une distance r de la source, que vaut-elle à la distance $2\,r$?

O4 — 13 Précaution lors d'un concert (Résolution de problème)

Remarque. Il faut avoir fait l'exercice sur les ondes sphériques O4-02 pour aborder ce problème.

Les enfants d'une classe participent à un concours de chant en plein air où les parents de plusieurs dizaines d'écoles les écoutent sur un terrain de sport de largeur 50 m. Pour que tout le monde entende, un micro enregistre leur chanson et un haut-parleur le restitue et l'amplifie pour les parents.

1) À quelle distance des haut-parleurs doit-on placer le premier rang ?

O4 — 01 Petits exercices indépendants

1) L'octave est l'intervalle correspondant à un doublement de fréquence. Combien d'octaves l'oreille humaine peut-elle entendre ?

2) À votre avis, quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage d'un fichier sonore ?

3) Un ami à l'oreille fine vous fait remarquer au cours d'un concert que la hauteur des instruments à vent s'élève alors que celle des instruments à cordes s'abaisse. Pouvez-vous lui proposer une explication ?

4) Deux sources sonores indépendantes d'intensité 80 dB émettent simultanément. Quelle est l'intensité sonore résultante ?

5) Démontrer l'équation d'onde de la masse volumique et de la vitesse dans le cas unidimensionnel.

O4 — 03 Adiabatique ou isotherme ?

Lors de l'étude des ondes acoustiques, il est d'usage de considérer que les transformations subies par le fluide sont adiabatiques. Nous cherchons ici à montrer que c'est effectivemment le cas.

1) En étudiant la propagation du son, Newton avait considéré que l'évolution du fluide était isotherme. Obtenir sous cette hypothèse la célérité du son pour un gaz parfait. Cela correspond-il à la célérité que l'on mesure en pratique ? C'est à Laplace que l'on doit l'hypothèse d'adiabaticité (donnant la célérité correcte) que nous justifions ci-dessous.

2) Construire un temps caractéristique de propagation de l'onde sur une distance L.

3) Construire un temps caractéristique de diffusion de l'énergie thermique sur cette même distance L.

4) Conclure pour une onde sonore.

O4 — 06 Effet Doppler (TD-cours) ☐☐☐☐☐

On étudie la situation suivante : un passant immobile sur un trottoir voit arriver vers lui une ambulance dont la sirène est allumée. Cette ambulance roule à vitesse V. Pour simplifier, on modélise le son de la sirène comme une succession de « bip » ponctuels, séparés d'une période T.

1) L'ambulance est à distance L du passant, et émet un bip (temps $t = 0$). Combien de temps met le bip pour arriver, en fonction de la vitesse du son c ?

2) À quelle distance du passant se trouve l'ambulance lorsque le bip suivant est émis ? À quel temps le passant le reçoit-il ?

3) En déduire que la période des bips reçus par le passant est $T' = T\,(1 - V\,/\,c)$, puis donner leur fréquence. Obtenir aussi une expression approchée de la fréquence reçue dans le cas où $V \ll c$.

4) L'ambulance dépasse finalement le passant et s'éloigne désormais de lui. Qu'est-ce que cela change ? Quelle est la fréquence des bips reçus par le passant ?

5) Si maintenant l'ambulance est fixe, montrer que la période de l'onde reçue par le passager d'une voiture se déplaçant vers l'ambulance à la vitesse V est

$$T' = \frac{T}{1 + V/c}$$

On utilisera que l'onde se déplace dans le référentiel de la voiture à la célérité $c + V$. Obtenir aussi la fréquence reçue puis une expression approchée de celle-ci dans le cas où $V \ll c$.

6) (Bonus) On considère maintenant des ondes électromagnétiques. La célérité des ondes électromagnétiques dans le vide est c **quelque soit le référentiel** (ce qui est contre-intuitif, et débouche sur la théorie de la relativité restreinte). Dans ce cas, quelle est la période d'une onde reçue par le passager de la voiture, si la période de l'onde émise est T ?

Remarque. On pourra consulter l'animation suivante : `www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/son/doppler_explication.php`.

O4 — 05 Temps de réverbération d'une salle

L'acoustique des salles est un domaine complexe qui ne peut pas se ramener simplement à l'étude d'ondes planes progressives harmoniques. On admettra ici une relation entre l'intensité sonore I et la densité volumique moyenne d'énergie acoustique $\langle e \rangle$:

$$I = \frac{c}{4} \langle e \rangle$$

où c est la vitesse du son, et les moyennes sont effectuées sur une période de l'onde. Dans le modèle simple que nous allons étudier, I et $\langle e \rangle$ sont supposées être uniforme dans le volume de la salle.

1) Pour des OPPH, quelle est la relation entre I et $\langle e \rangle$? À votre avis, à quoi est dû le facteur 1/4 ici ?

2) Exprimer l'énergie acoustique moyenne $\langle E \rangle$ contenue dans la salle en fonction du volume V et de $\langle e \rangle$.

3) L'absorption de l'onde par l'air est négligée mais pas celle au niveau des parois. On note S leur surface totale et α leur coefficient d'absorption (fraction de la puissance dissipée au niveau de la paroi). Exprimer la puissance $\mathcal{P}$ absorbée par les parois.

4) Donner l'intensité sonore en décibels et en déduire le temps de réverbération τ au bout duquel le niveau sonore a diminué de 60 dB.

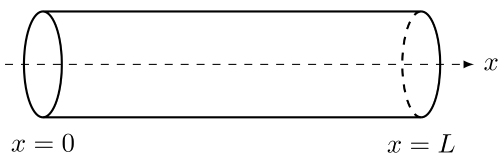
5) On envisage une forme simple cubique. Comparer les temps de réverbération d'une cathédrale de dimension caractéristique $a = 40$ m et $\alpha = 0,05$ et celui d'un studio d'enregistrement $a = 3$ m et $\alpha = 0,1$.

O4 — 04 Tuyaux sonores

On étudie un tuyau cylindrique rigide dans lequel se propage une onde acoustique. Le tuyau est de longueur L (schéma de gauche). On admet les conditions aux limites suivantes

- au niveau d'une ouverture $P = P_0$;
- au niveau d'une extrémité fermée $\vec{v} = \vec{0}$.

On considère des ondes unidimensionnelles $p_1(x, t)$ et $\vec{v_1} = v_1(x, t)\,\vec{e_x}$.



1) Les conditions aux limites étant données, quelle forme de solutions, progressives ou stationnaires, vous paraît la plus adaptée ?

2) Obtenir les modes propres pour le champ de surpression.

3) Obtenir les champs de vitesses correspondants.

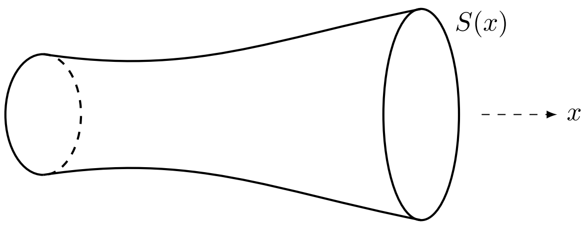
4) Le tuyau étudié constitue un modèle simple d'instrument à vent, par exemple une flûte. On admet qu'une flûte est construite de telle sorte que l'ouverture et le pavillon imposent la nullité de la surpression. Pour une flûte de longueur $L = 39$ cm entre l'ouverture et le pavillon, quelle est la fréquence du mode fondamental lorsque tous les trous latéraux sont bouchés ? Cette fréquence est-elle plus grave lorsque les trous sont tous ouverts ou tous bouchés ?

5) On veut jouer un sol à 784 Hz. Quel trou doit-on ouvrir pour cela ?

6) Pour une clarinette, on admet que l'anche en entrée impose la nullité de la vitesse (et non de la surpression contrairement à la flûte). Obtenir les modes propres de cet instrument lorsque tous les trous latéraux sont bouchés.

O4 — 07 Propagation des ondes sonores dans un pavillon

Un pavillon (par exemple celui d'un tuba, voir photo) est un tuyau dont la section varie régulièrement. Soit $S(x)$ la section à l'abscisse x d'un pavillon d'axe de symétrie (Ox). On suppose que l'écoulement de l'air, de masse volumique μ_0, est unidimensionnel de direction x : $\vec{v_1} = v_1(x, t)\,\vec{e_x}$. On se place dans l'approximation acoustique.



1) Traduire la conservation de la matière pour obtenir

$$\mu_0 \frac{\partial (S\,v_1)}{\partial x} + S\,\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = 0$$

Pourquoi ne peut-on pas utiliser l'équation locale de conservation de la masse ?

2) Écrire l'équation thermodynamique et l'équation d'Euler.

3) En déduire l'équation de propagation dans le pavillon

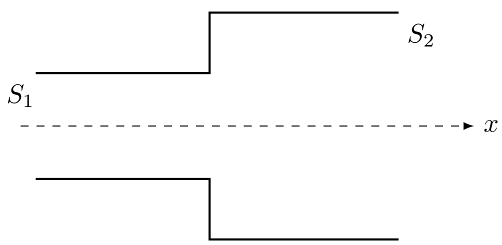
$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{S'}{S}\,\frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{où } S' \text{ désigne la dérivée de } S.$$

4) Pour un pavillon exponentiel $S(x) = S_0\,\exp(2\,\beta\,x)$, établir la relation de dispersion de l'équation de propagation.

5) Montrer qu'il n'y a propagation que si ω est supérieure à une pulsation de coupure à préciser.

O4 — 08 Réflexion et transmission au niveau d'un changement de section

Contrairement à l'exercice précédent sur le pavillon sonore, on s'intéresse ici à un changement brutal de section.



De part et d'autre du changement de section (en $x = 0$), il y a le même fluide (donc la même impédance Z). On observe pourtant une onde réfléchie et une onde transmise

1) Traduire la conservation de la masse en $x = 0$ *(Écrire en fait la conservation du débit volumique)*. En déduire les facteurs de réflexion et de transmission en amplitude au niveau de la discontinuité.

Remarque : Ce type de discontinuité est par exemple utilisé dans les pots d'échappement des voitures pour limiter le bruit (figure de droite).

O4 — 11 OPPH et ondes stationnaires harmoniques

☐ ☐ ☐ ☐ ☐

1) Vérifier que les ondes planes progressives $f(x - c\,t)$ et $g(x + c\,t)$ sont solutions de l'équation de d'Alembert (pour f et g quelconques).

2) Qu'est-ce qu'une onde plane progressive harmonique ? Une telle onde existe-t-elle ? Pourquoi les étudie-t-on dans ce cas ?

3) Montrer qu'une onde plane stationnaire sinusoïdale est la somme de deux ondes progressives sinusoïdales.

4) Montrer qu'une onde plane progressive sinusoïdale est la somme de deux ondes stationnaires sinusoïdales.

Remarque : Les questions 3 et 4 donnent les relations de passage (au sens des « matrices de changement de base ») entre la base des ondes progressives harmoniques et la base des ondes stationnaires. On remarquera que ces bases sont de cardinal infini (l'espace vectoriel des solutions de l'équation de d'Alembert est de dimension infinie).

Données : $\cos(a - b) = \cos a\,\cos b + \sin a\,\sin b$ et $\cos a\,\cos b = \dfrac{1}{2}\Big(\cos(a + b) + \cos(a - b)\Big)$.

O4 — 14 Onde dans un tuyau élastique

On considère un tuyau cylindrique souple, infiniment long, contenant un fluide homogène. Une onde acoustique se propage dans ce fluide. On note $\mu(x,\,t) = \mu_0 + \mu_1(x,\,t)$ le champ eulérien de masse volumique, $p(x,\,t) = p_0 + p_1(x,\,t)$ celui de pression, $\vec{v}(x,\,t) = \vec{v_1}(x,\,t)$ celui de vitesse et enfin $S(x,\,t) = S_0 + S_1(x,\,t)$ la section du tuyau. Les grandeurs notées avec un indice 1 sont les fluctuations acoustiques, considérées comme des infiniments petits d'ordre 1. Le fluide est caractérisé par son coefficient de compressibilité isentropique χ_S et le tuyau par son coefficient de distensibilité

$$D = \frac{1}{S}\,\frac{\partial S}{\partial P}$$

1) Effectuer un bilan de masse sur une zone infinitésimale $[x,\,x + \mathrm{d}x]$.

2) Dans le cadre de l'approximation acoustique, établir l'équation de propagation de l'onde.

3) Pour l'eau, on donne $\mu_0 = 1{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ et $\chi_S = 5{,}1 \times 10^{-10}\ \mathrm{Pa^{-1}}$. La section du tuyau est quant à elle $S_0 = 7{,}4 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^2}$. Calculer la célérité des ondes acoustiques dans un tuyau métallique (pour lequel $D = 1{,}0 \times 10^{-11}\ \mathrm{Pa^{-1}}$) puis dans un tuyau élastique en caoutchouc ($D = 4{,}0 \times 10^{-5}\ \mathrm{Pa^{-1}}$). Commenter.

O4 — 09 Murs anti-réflexion ?

On a l'idée de recouvrir les murs d'une salle de théâtre de caoutchouc afin d'empêcher les ondes sonores de s'y réfléchir. On espère ainsi une meilleure acoustique.

On modélise ainsi l'idée : l'onde incidente est plane progressive harmonique de pulsation ω, et se propage dans une direction normale au mur. Une onde réfléchie de même fréquence se propage en direction inverse. La vitesse de propagation est notée c et l'impédance acoustique de l'air Z.

En l'absence d'onde, la surface du mur caoutchouté est le plan d'abscisse $x = 0$ (les ondes se propagent donc dans la zone $x < 0$). En présence d'une surpression acoustique p_{tot}, sa surface se déplace de $u(t)$ telle que

$$u(t) = \alpha\,p_{\text{tot}}(x = 0,\,t)$$

Cette relation traduit l'élasticité du caoutchouc. Par ailleurs, le mur vibre selon une loi $\underline{u}(t) = U_0\,\exp(\mathrm{i}\,\omega\,t)$.

1) Traduire la condition aux limites pour la vitesse, en $x = 0$.

2) En déduire le facteur de réflexion en amplitude pour la surpression.

3) Est-il vraiment pertinent de recouvrir le mur de caoutchouc ?

O4 — 10 Influence du milieu sur la propagation d'une onde sonore

La modélisation du cours permet d'aboutir à la relation thermodynamique

$$\mu_1 = \mu_0\,\chi_S\,p_1 \qquad (1)$$

reliant la « sur-masse volumique » μ_1 à la surpression p_1 par une relation de proportionnalité ; qui traduit ainsi le caractère instantané des variations de μ_1 lorsque p_1 varie.

En réalité, on peut imaginer qu'il faille un certain temps à la masse volumique pour suivre l'évolution de la surpression. C'est pourquoi on propose dans cet exercice de remplacer l'équation (1) par

$$\mu_1 + \tau\,\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = \mu_0\,\chi_S\,p_1$$

1) En considérant cette nouvelle équation thermodynamique, et en admettant que les autres équations de l'acoustique ne sont pas modifiées, obtenir l'équation de propagation pour la surpression :

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} - \mu_0\,\chi_S\,\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \tau\,\frac{\partial^3 p_1}{\partial t\,\partial x^2} = 0$$

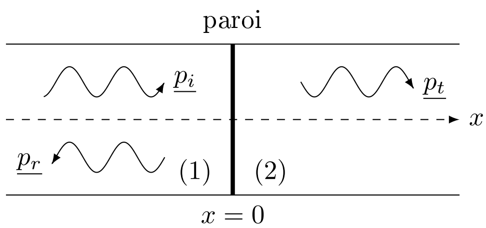
2) Obtenir la relation de dispersion de cette nouvelle équation. La simplifier dans le cas $\omega\,\tau \ll 1$. Commenter.

3) On cherche dans cette question à voir en quoi l'équation (1) traduit un retard entre l'évolution de la pression et celle de la masse volumique. Pour cela, on se place dans un régime où toutes les grandeurs sont uniformes. En supposant que, partant d'une surpression nulle homogène $p_1 = 0$, on impose à $t = 0$ une surpression constante et homogène $p_1 = p$, montrer que l'équation précédente rend compte d'un retard de μ_1 sur p_1. Identifier ce temps de retard.

O4 — 12 Transmission du son à travers une paroi rigide

Un tuyau cylindrique très long d'axe (Ox) et de section S constante contient de l'air dans les conditions normales de température et de pression. Dans ces conditions, la masse volumique ϱ_0 de l'air vaut $1,3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ et la célérité des ondes sonores est $c = 340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. En $x = 0$ est placée une paroi rigide (très) mince (mur, vitre, membrane,... par exemple) de masse surfacique uniforme σ, susceptible de vibrer sous l'effet des ondes acoustiques qui peuvent s'établir dans le tuyau.

Une onde plane progressive harmonique, de pulsation ω se propage dans la région (1) dans le sens des x positifs vers le plateau. Arrivée sur le plateau, elle donne naissance à une onde réfléchie dans la région (1) et à une onde transmise dans la région (2). Sous l'effet de ces différentes ondes, la paroi acquiert un petit mouvement de translation selon (Ox), sinusoïdal forcé à ω. On note x_P la position de la paroi. On a ainsi $x_P = x_0\,\cos(\omega\,t)$, avec x_P petit.



1) En écrivant les conditions de passage pour l'onde acoustique globale en $x = 0$, déterminer les amplitudes complexes de l'onde de surpression réfléchie $\underline{p_r}$ et de l'onde transmise $\underline{p_t}$ en $x = 0$ en fonction de celle de l'onde incidente $\underline{p_i}$, de la pulsation ω et des différentes constantes introduites précédemment.

2) La membrane joue le rôle de filtre de fréquences. Quelle est la nature de ce filtre et quelle est sa pulsation de coupure ω_c à -3 dB ?

3) Étudier les particularités des ondes transmises et réfléchies lorsque ω est à l'intérieur de la bande passante, et lorsque ω est très éloignée de la bande passante.

4) Exprimer la longueur d'onde de coupure λ_c en fonction de ϱ_0, de l'épaisseur e de la paroi et de la masse volumique de la paroi ϱ_P.

5) La paroi est en béton ($\varrho_P = 2300\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$). Calculer l'épaisseur e pour obtenir une atténuation de 50 dB à 300 Hz.

6) En déduire dans ce cas la pulsation de coupure ω_c. Quelles sont alors les atténuations à 100 Hz et à 500 Hz ? Conclure sur l'atténuation du son entre deux logements voisins, pour un son grave et un son aigü.

7) On supposait au tout début la paroi « très mince ». Précisez « mince devant quoi ? »

O4 — 15 Capacité thermique de l'air (Résolution de problème)

Sur la figure ci-dessous, on a représenté le graphe expérimental qui donne la célérité du son dans l'air, exprimée en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, en fonction de la température exprimée en °C. La droite représentée est déterminée par régression linéaire. En déduire la capacité thermique massique à pression constante de l'air.

Données : L'air est composé de 80% de diazote et de 20% de dioxygène.