OP3-TD

Correction

OP3 – 05 Calcul exact de l'éclairement pour une source non monochromatique

1) Les deux longueurs d'onde sont incohérentes (elles ne vérifient pas le premier critère de cohérence car elles sont de pulsations différentes). Donc l'éclairement à l'écran est la somme des éclairements respectifs dus à chacune des longueurs d'onde :

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \mathcal{E}_{\lambda_1} + \mathcal{E}_{\lambda_2}$$

Par ailleurs, chacune des longueurs d'onde donne lieu à des interférences dans ce dispositif de trous d'Young. On utilise donc la formule de Fresnel

$$\mathcal{E}_{\lambda_1} = 2\,\mathcal{E}_0\left(1+\cos\left(\frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda_1}\right)\right) \qquad \text{et} \qquad \mathcal{E}_{\lambda_2} = 2\,\mathcal{E}_0\left(1+\cos\left(\frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda_2}\right)\right)$$

où δ est la différence de marche dans ce montage (identique pour les deux longueurs d'onde évidemment) et $\mathcal{E}_0$ est l'éclairement des deux longueurs d'onde, identique également.

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{tot}} = 2\,\mathcal{E}_0\left\{2+\cos\left(\frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda_1}\right)+\cos\left(\frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda_2}\right)\right\}}$$

2) La formule de trigonométrie permet de poursuivre le calcul

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = 4\,\mathcal{E}_0\left\{1+\cos\left(\pi\,\delta\,\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1\,\lambda_2}\right)\cos\left(\pi\,\delta\,\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1\,\lambda_2}\right)\right\}$$

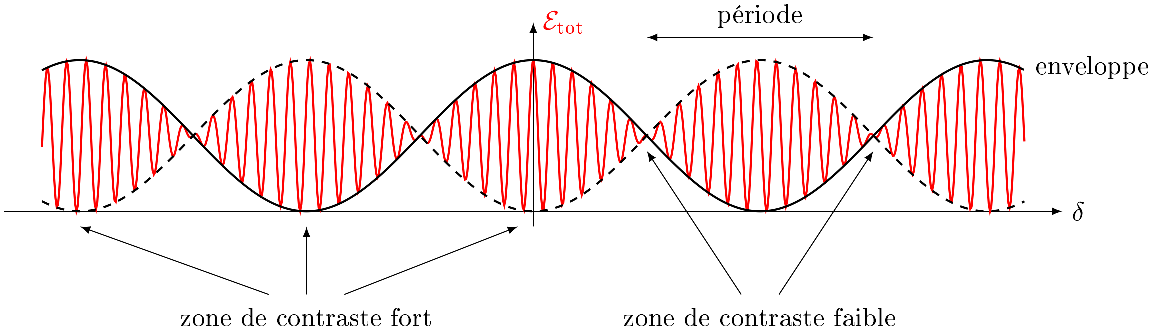
Ensuite, puisque $\Delta\lambda \ll \lambda_m$, on peut simplifier

$$\lambda_1\,\lambda_2 = \left(\lambda_m+\frac{\Delta\lambda}{2}\right)\left(\lambda_m-\frac{\Delta\lambda}{2}\right) = \lambda_m^2 - \frac{\Delta\lambda^2}{4} \approx \lambda_m^2$$

Par ailleurs $\lambda_2-\lambda_1 = \Delta\lambda$ et $\lambda_1+\lambda_2 = 2\,\lambda_m$. On a ainsi

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{tot}} = 4\,\mathcal{E}_0\left\{1+\cos\left(\frac{2\,\pi\,\delta}{\lambda_m}\right)\cos\left(\frac{\pi\,\delta\,\Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right)\right\}}$$

L'éclairement s'exprime ainsi à l'aide d'un produit de deux cosinus, l'un de période λ_m et l'autre de période $2\,\lambda_m^2\,/\,\Delta\lambda$ (pour la variable δ), beaucoup plus grande que la première car $\Delta\lambda \ll \lambda_m$. Le cosinus le plus lent (période la plus grande) sert d'enveloppe au cosinus le plus rapide : il apparaît un phénomène de battements



On observe des zones où les maxima d'éclairement sont très distincts des minima : le contraste est fort et on parle de coïncidences. Il y a également des zones où les maxima et les minima sont très peu distincts : le contraste est faible et on parle d'anticoïncidences.

3) On rappelle que $\delta = n\,a\,x\,/\,D$ pour le montage des trous d'Young, avec n l'indice du milieu, a la distance entre les trous, et D la distance entre les trous et l'écran. La période spatiale p des battements est **la demi-période du cosinus lent**, c'est-à-dire

$$\cos\left(\frac{\pi\,n\,a\,\Delta\lambda}{\lambda_m^2\,D}\,x\right) \qquad \text{de période} \qquad \frac{2\,D\,\lambda_m^2}{n\,a\,\Delta\lambda} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p = \frac{D\,\lambda_m^2}{n\,a\,\Delta\lambda} = 5{,}8\text{ m.}}$$

C'est **inobservable en pratique** : la figure d'interférence dans un montage de trous d'Young ne mesure que quelques centimètres.