OP1-TD

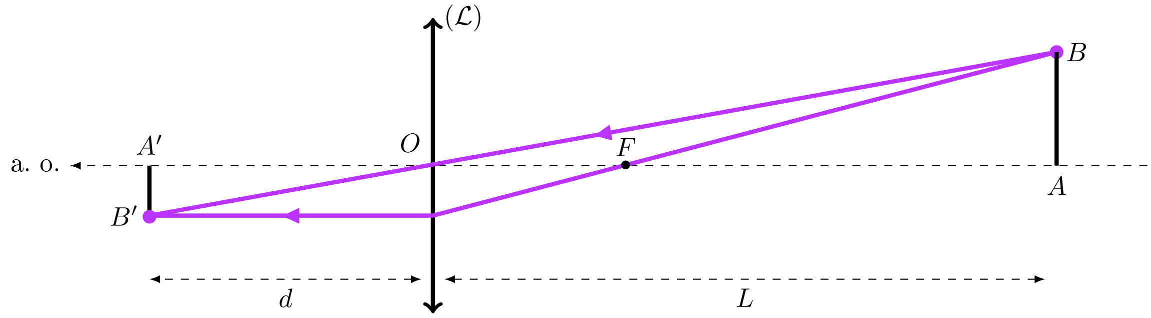
Correction

OP1 — 16 Étude d'un appareil photo

1) Il faut que la lentille projette sur la pellicule une image réelle d'un objet lointain : on doit obligatoirement utiliser une **lentille convergente** (car rappelons qu'une lentille divergente donne une image virtuelle d'un objet lointain).

Par ailleurs, la distance d entre l'objectif et la pellicule est un peu plus petite que la profondeur du boîtier. On l'estime qualitativement à l'aide de la photographie à $d = 2$ cm. Grâce à la même photographie, on estime aussi le diamètre de l'objectif à $D = 1$ cm.

2) On veut que l'image $A'B'$ de la personne AB soit sur la pellicule, c'est-à-dire à la distance d de l'objectif.



La relation de conjugaison (faites attention aux signes s'il vous plaît...) de Descartes permet d'obtenir la distance focale f' nécessaire :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{soit ici} \qquad \frac{1}{d} - \frac{1}{-L} = \frac{1}{f'} \qquad \text{conduit à} \qquad \boxed{f' = \frac{d\,L}{L+d} = 1{,}99 \text{ cm}}$$

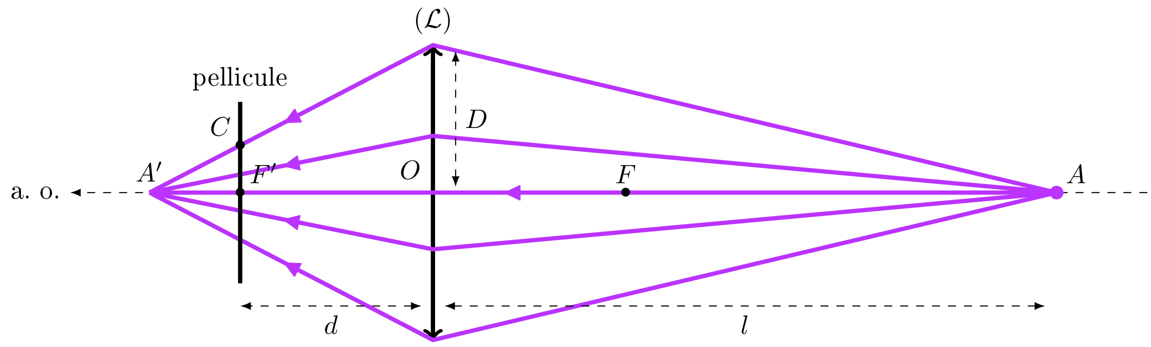
Cette valeur est très proche de d : c'est normal car la personne est à $L = 3$ m de l'objectif, ce qui est déjà très loin dans le contexte de l'optique géométrique. Or l'image d'un objet très loin (à l'infini) se trouve dans le plan focal image de la lentille donc à la distance f' de celle-ci. Il est pour cette raison effectivemment attendu ici que d soit très proche de f', c'est-à-dire que la pellicule soit quasiment confondue avec le plan focal image.

Ensuite, la taille de l'image $A'B'$ s'obtient aisément par l'application du théorème de Thalès :

$$A'B' = \frac{OA'}{OA}\,AB = \frac{d}{L}\,AB$$

Pour une personne de taille $AB = 170$ cm, l'image mesure $A'B' = 1{,}1$ cm soit 11 mm. **L'image rentre bien sur une pellicule 24 × 36 mm**.

3) Si $d = f'$, alors l'image de l'objet A situé à une distance l de l'objectif ne se forme plus sur la pellicule, désormais confondue avec le plan focal image, mais derrière celle-ci. On fait un schéma :



Sur ce schéma, l'objet A donne une image A' derrière la pellicule. Au niveau de la pellicule, tous les rayons qui convergent en A' forment une tâche de rayon $r = F'C$. Ce rayon est en fait fixé par le diamètre D de la lentille, les rayons le plus haut et le plus bas de la tâche étant ceux qui passent par les bords de la lentille. Ceci étant perçu, le théorème de Thalès permet d'exprimer aisément ce rayon :

$$r = \frac{F'A'}{OA'}\,D$$

Il reste à déterminer OA'. On le fait à partir de la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{soit ici} \qquad \frac{1}{OA'} - \frac{1}{-l} = \frac{1}{f'} \qquad \text{qui conduit à} \qquad OA' = \frac{l\,f'}{l - f'}$$

On obtient alors directement

$$F'A' = OA' - d = \frac{l\,f'}{l - f'} - d$$

et donc

$$r = \left(1 - \frac{d\,(l - f')}{l\,f'}\right) D \qquad \text{soit} \qquad \boxed{r = \frac{f'}{l} D} \qquad \text{si} \qquad d = f'.$$

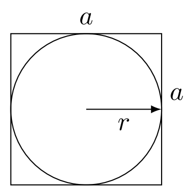
L'application numérique avec $l = 3$ m, $d = f' = 2$ cm et $D = 1$ cm conduit à

$$r = 67\ \mu\text{m}$$

4) Supposons qu'un grain d'argent est carré de côté a. On obtient a en disant que la surface cumulées des grains est égale à celle de la pellicule 24 mm × 36 mm :

$$2 \times 10^6 \times a^2 = 24 \times 10^{-3} \times 36 \times 10^{-3} \qquad \text{d'où} \qquad a = \sqrt{\frac{24 \times 36}{2}} \times 10^{-6} = 20{,}8\ \mu\text{m}$$

Ensuite, pour que l'image soit vue nette, il faut que la tâche formée sur la pellicule, de diamètre $2\,r$ avec r déterminé précédemment, rentre entièrement dans le grain d'argent. Cela est assuré si



$$2\,r < a \qquad \text{donc si} \qquad \frac{2\,f'\,D}{l} < a$$

La distance l minimale qui vérifie cela est

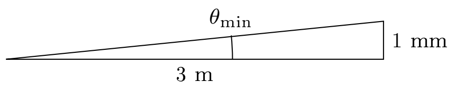
$$\boxed{l_{\min} = \frac{2\,f'\,D}{a} = 19{,}2\ \text{m}}$$

Ce résultat paraît très grand... L'appareil est tout à fait adapté pour prendre des paysages en photo mais pas pour faire un portrait net de quelqu'un.

5) Le pouvoir séparateur de l'œil humain est **typiquement de l'ordre de la seconde d'arc**.

On peut le retenir en disant qu'à la limite on distingue un détail de 1 mm à 3 m de distance. Pour des angles si petits, on utilise le développement limité :

$$\theta_{\min} \approx \tan\theta_{\min} = \frac{0{,}001\ \text{m}}{3\ \text{m}} = 0{,}0003\ \text{rad} = 0{,}019° = 1{,}2'$$

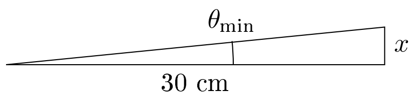


Ensuite, le grain de la pellicule a va être agrandi lors du tirage. L'agrandissement fait passer l'image de 24 × 36 mm à 10 × 15 cm. Le facteur d'agrandissement est donc de 4,17. Le grain sur la photographie tirée est alors

$$a' = 4{,}17\,a = 86{,}7\ \mu\text{m}$$

Peut-on distinguer ce grain à 30 cm ? D'après le pouvoir séparateur trouvé précédemment, on peut percevoir à 30 cm un détail de taille x telle que

$$\theta_{\min} \approx \tan\theta_{\min} = \frac{x}{30\ \text{cm}} \qquad \text{soit} \qquad x \approx \theta_{\min} \times 30\ \text{cm} = 100\ \mu\text{m}$$



Puisque $x > a'$, le grain sur la photographie est plus petit que la résolution typique d'un œil. **L'œil humain est ainsi incapable de percevoir le flou évoqué à 30 cm** : la photo paraît nette.