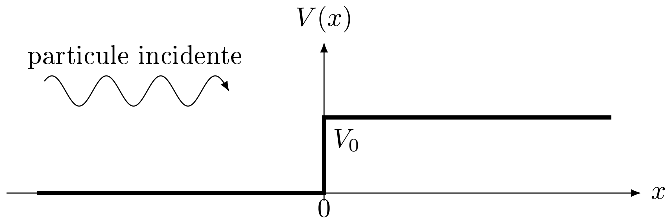
MQ3-TD

Barrière de potentiel et effet tunnel

MQ3 — 01 Réflexion/transmission sur une marche de potentiel

On envoie une particule incidente sur la marche de potentiel ci-dessous. La particule a une énergie $E \geqslant V_0$.



1) Expliquer ce qu'il advient d'une particule classique de même énergie si elle arrive sur cette barrière de potentiel par la gauche.

2) On s'intéresse à une particule quantique. On rappelle l'équation de Schrödinger stationnaire

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}(x) + V(x)\,\varphi(x) = E\,\varphi(x)$$

Écrire la forme des états stationnaires pour la particule dans les deux zones de l'espace $x \leqslant 0$ et $x \geqslant 0$.

3) Combien d'inconnues a-t-on dans ce problème ? Quelles équations doit-on poser pour les obtenir ?

4) Définir les coefficients de réflexion R et de transmission T pour la particule, en fonction des courants de probablilité incident, réflechi et transmis.

5) Calculer explicitement R et T puis commenter.

6) Comparer le cas classique au cas quantique.

MQ3 — 02 Réflexion/transmission sur une marche de potentiel 2

1) Obtenir les coefficients de réflexion et de transmission d'une particule quantique d'énergie $E > V_0$ arrivant depuis $x = -\infty$ sur une « anti-marche » de potentiel

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{si } x \leqslant 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

MQ3 — 03 Enrichissement isotopique par réflexion sur une marche de potentiel

Cet exercice est une application de MQ3-01. On considère une situation en tout point identique.

1) Écrire le coefficient de réflexion trouvé dans l'exercice MQ3-01 en fonction de l'énergie E de la particule incidente et de V_0, puis la simplifier dans le cas où $E \gg V_0$.

2) On envoie sur la marche de potentiel un faisceau contenant deux types de particules, de masses respectives m_1 et m_2, et de vitesse identique v. Calculer les énergies E_1 et E_2 des deux types de particules, et en déduire le rapport des coefficients de réflexion associés R_1/R_2.

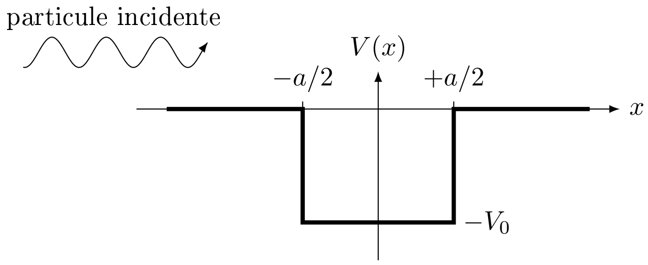
3) La fraction de particules de type 1 dans le faisceau incident est notée p (celle en particules de type 2 est par conséquent $1-p$). Quelle est la fraction p' de particules de type 1 dans le faisceau réfléchi ?

4) Faire l'application numérique pour un faisceau de protons et de deutérons, composé à 80% de protons. Conclure quant à la pertinence de ce procédé pour réaliser un enrichissement isotopique.

Remarque. Le deutéron est le noyau ^2_1H, constitué d'un proton et d'un neutron de masses quasiment identiques. On supposera que la masse du deutéron est le double de celle du proton.

MQ3 — 04 Effet Ramsauer

Lorsqu'on envoie un faisceau d'électrons d'énergie E sur un gaz d'hélium, on observe que le gaz apparaît complètement transparent aux électrons uniquement pour certaines valeurs de E. On cherche à expliquer ce phénomène en modélisant un atome d'hélium par le potentiel suivant



La situation est considérée unidimensionnelle, $a = 0,2$ nm est la taille de l'atome d'hélium et $V_0 = 8,8$ eV est la profondeur du puit de potentiel.

1) Expliquer ce qu'il advient d'une particule classique d'énergie $E > 0$ si elle arrive sur ce puit de potentiel par la gauche.

2) On s'intéresse à une particule quantique. On rappelle l'équation de Schrödinger stationnaire

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\,\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}(x) + V(x)\,\varphi(x) = E\,\varphi(x)$$

Écrire la forme des états stationnaires pour un électron d'énergie $E > 0$ dans les trois zones de l'espace $x \leqslant -a/2$, $-a/2 \leqslant x \leqslant a/2$ et $x \geqslant a/2$. L'électron provient de la gauche.

3) Combien d'inconnues a-t-on dans ce problème ? Quelles équations doit-on poser pour les obtenir ?

4) Définir les coefficients de réflexion R et de transmission T pour la particule, en fonction des courants de probablilité incident, réflechi et transmis.

5) Un calcul non demandé permet d'aboutir à

$$R = \frac{\beta^2\,\sin^2(k\,a)}{1+\beta^2\,\sin^2(k\,a)} \qquad \text{et} \qquad T = \frac{1}{1+\beta^2\,\sin^2(k\,a)}$$

où on a défini

$$\beta = \frac{k_0^2}{2\,k\,K} \qquad \text{avec} \qquad k_0 = \sqrt{\frac{2\,m\,E}{\hbar^2}}, \qquad k = \sqrt{\frac{2\,m\,(E+V_0)}{\hbar^2}} \qquad \text{et} \qquad K = \sqrt{\frac{2\,m\,V_0}{\hbar^2}}.$$

Quelle est la relation entre R et T ? Que signifie-t-elle ?

6) Obtenir les valeurs de E pour lesquelles le gaz d'hélium est complètement transparent. Donner la plus basse vitesse des électrons incidents pour laquelle on observe cet « effet Ramsauer ».

7) Comparer le cas classique au cas quantique.

Remarque. À titre indicatif, on trace ci-dessous le facteur de transmission T en fonction de E pour une valeur fixée de V_0 et a.