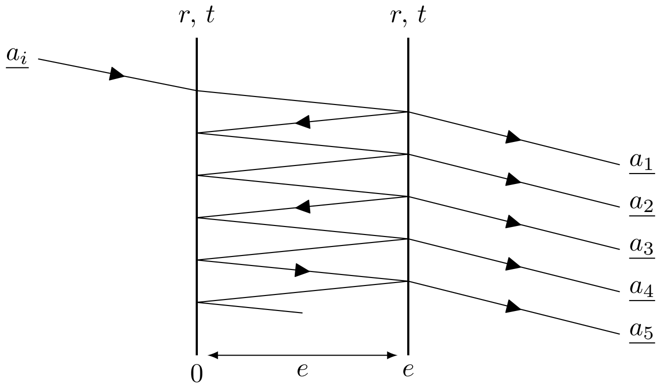
L2-TD

Oscillateurs optiques

L2 — 01 Interféromètre et cavité de Fabry-Pérot

Un interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux lames de verre dont le facteur de réflexion est augmenté par le dépôt d'une couche réfléchissante. Pour simplifier, on néglige les effets liés à l'épaisseur des lames.
Les lames ont un coefficient de réflexion en amplitude r réèl et proche de 1. Le coefficient de transmission en amplitude est $t \ll 1$. On note R et T les coefficients de réflexion et de transmission en énergie. On a $R = r^2$ et $T = t^2$, et on admet que $R + T = 1$.



1) Que traduit l'équation $R + T = 1$?

2) L'onde incidente est monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0. L'onde arrive sur les lames en incidence normale (attention ce n'est pas ce qui est représenté sur le schéma, qui propose une incidence oblique pour bien distinguer chacun des rayons). On pose $\varphi = 4\pi n e/\lambda_0$, avec $n \approx 1$ l'indice optique de l'air. Quelle est la relation entre l'onde incidente $\underline{a}_i(0)$ et la première onde transmise $\underline{a}_1(e)$?

3) Calculer l'amplitude transmise $\underline{a}_{\text{tot}}(e)$.

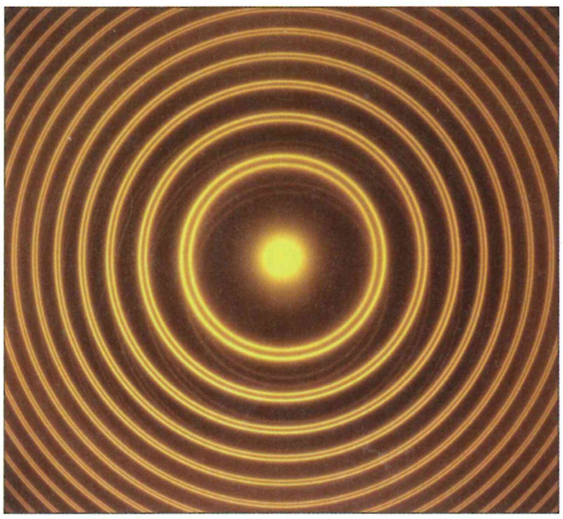
4) En déduire la fonction de transfert $G(\varphi) = I_{\text{transmis}} / I_{\text{incident}}$. En utilisant $1 - \cos\theta = 2\,\sin^2(\theta/2)$, montrer que G peut se mettre sous la forme

$$G(\varphi) = \frac{1}{1 + \dfrac{4\,R}{(1-R)^2}\,\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$$

5) Tracer l'allure de $G(\varphi)$ dans le cas où $T \ll 1$. Calculer la largeur à mi-hauteur des pics δf, ainsi que leur écartement Δf. On définit souvent la **finesse** $\mathcal{F}$ de cet interféromètre par

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta f}{\delta f}$$

L'exprimer.



6) On ne considère plus une incidence normale. La figure d'interférence à l'infini si la source est étendue, monochromatique et dans le plan focal objet d'une lentille convergente est montrée à droite pour une lampe à vapeur de sodium. Commenter la figure par comparaison à celle d'un michelson en lame d'air.

Remarque : dans un laser, l'une des deux lames est parfaitement réfléchissante ($R = 1$) et la lumière est créée à l'intérieur de la cavité formée par les deux lames. On parle de cavité Fabry-Pérot.

Vocabulaire. On appelle souvent Δf l'intervalle spectral libre.

L2 — 02 Sélection de modes laser

La cavité optique d'un laser sélectionne les fréquences $f_n = n\, f_1$. Ce laser est fabriqué à partir d'un système atomique à deux niveaux E_1 et $E_2 > E_1$.

1) Dans un cas idéal, donner l'expression de l'unique fréquence F_{12} que le laser parfaitement monochromatique peut émettre.

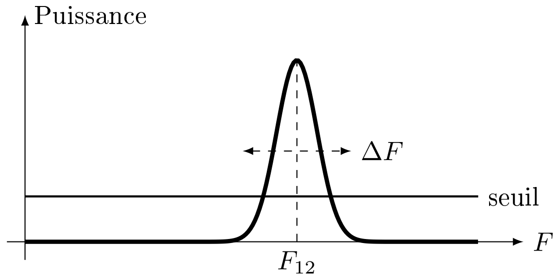
2) On peut déterminer les fréquences sélectionnées par la cavité optique de longueur a en considérant que ce sont les mêmes que celles des modes propres de la vibration d'une corde de longueur a fixée à ses deux extrémités. En déduire f_1. On pose maintenant $\Delta f = f_{n+1} - f_n = f_1$, appelé intervalle spectral libre.

3) À quelle condition le laser parfaitement monochromatique ainsi créé peut-il fonctionner ?

4) On abandonne ce modèle idéal en prenant en compte les données suivantes :

- les fluctuations (thermiques donnant lieu à de l'effet Doppler, mais aussi quantiques) provoquent un élargissement spectral de largeur ΔF de la fréquence émise par émission stimulée ;
- les pertes (prise en compte de l'émission spontanée, fuite optique, présence d'atomes parasites...) définissent un seuil énergétique au dessous duquel le bilan énergétique absorption-émission conduit à une atténuation du signal.

On donne le graphique ci-contre représentant le profil spectral de la puissance émise par émission stimulée.

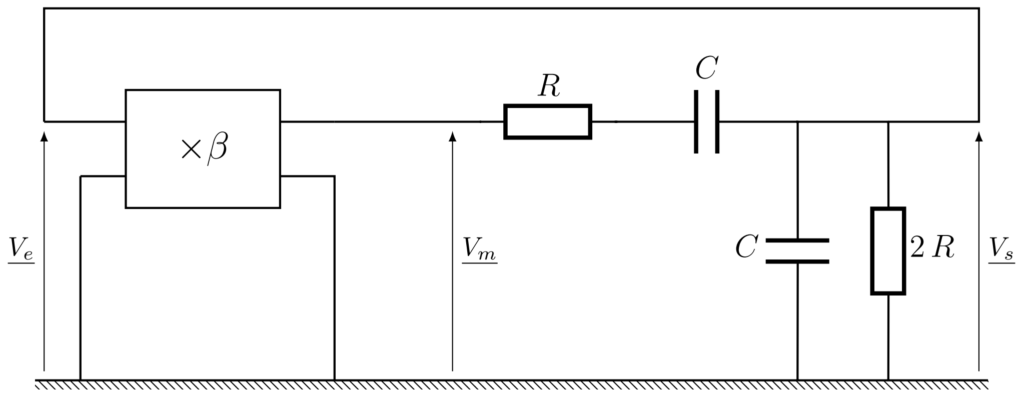


Montrer graphiquement que la sélection fréquentielle opérée par la cavité de Fabry-Pérot peut conduire à un laser polyfréquentiel (on dit multimode), monofréquentiel (monomode) ou éventuellement non émissif. Donner la relation entre ΔF et Δf dans chaque cas.

5) Pour un laser hélium-néon que l'on fait « laser » dans rouge, la fréquence centrale d'émission a pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_{12} = 632,8$ nm. On assimile la raie élargie à un profil rectangulaire de largeur $\Delta F = 2,0$ GHz. La cavité laser a une longueur $a = 20$ cm. Donner le nombre de modes de ce laser.

L2 — 03 Oscillateur électronique

On considère l'oscillateur électronique suivant.



Le quadripôle de gauche est un amplificateur de gain β réel, c'est-à-dire que sa fonction de transfert est

$$\underline{V_m} = \beta\, \underline{V_e}$$

On admet par ailleurs qu'il n'admet pas d'intensité en entrée $\underline{i_e} = 0$.

1) Calculer la fonction de transfert du filtre de droite. De quel type passe-bas, passe-haut, passe-bande, ou coupe-bande est-il ? Quel est son ordre ?

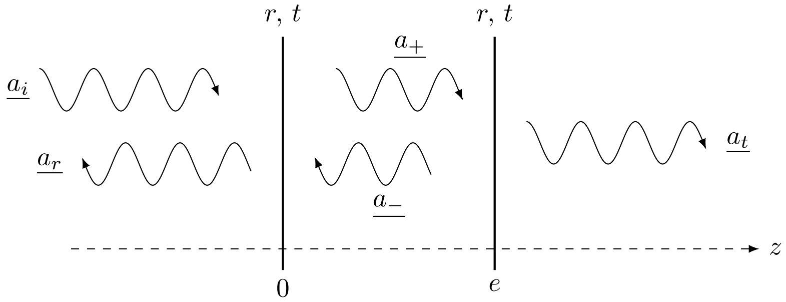
2) Obtenir la condition d'oscillation du circuit bouclé. En déduire la pulsation des oscillations qui peuvent apparaître spontanément dans le circuit.

3) Obtenir l'équation différentielle vérifiée par $V_e(t)$ en réel. À quelle condition a-t-on des oscillations purement sinusoïdales ? Retrouver cette condition à partir de la condition d'oscillation.

L2 — 04 Interféromètre et cavité de Fabry-Pérot - Deuxième approche

Un interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux lames de verre dont le facteur de réflexion est augmenté par le dépôt d'une couche réfléchissante. Pour simplifier, on néglige les effets liés à l'épaisseur des lames.
Les lames ont un coefficient de réflexion en amplitude r réèl et proche de 1. Le coefficient de transmission en amplitude est $\tau \ll 1$. On note R et T les coefficients de réflexion et de transmission en énergie. On a $R = r^2$ et $T = \tau^2$, et on admet que $R + T = 1$.

Cet exercice est identique à L2-01, mais se résout par une approche différente. On rassemble les multiples ondes se propageant vers la droite dans la cavité sous une seule onde $\underline{a_+}$, idem pour les multiples ondes se propageant vers la gauche dans la cavité rassemblées sous $\underline{a_-}$ et pour les multiples ondes transmises rassemblées sous $\underline{a_t}$.



On envoie une onde lumineuse incidente $\underline{a_i}(z,\,t) = \underline{A_i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega\,t - k\,z)}$ sur l'interféromètre, sous incidence normale. Les réflexions et transmissions des ondes conduisent à la présence d'une onde réfléchie $\underline{a_r}(z,\,t) = \underline{A_r}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega\,t + k\,z)}$, à une onde transmise $\underline{a_t}(z,\,t) = \underline{A_t}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega\,t - k\,z)}$ et à deux ondes dans l'interféromètre, l'une se propageant vers la droite, l'autre vers la gauche

$$\begin{aligned}\underline{a_+}(z,\,t) &= \underline{A_+}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega\,t - k\,z)}\\ \underline{a_-}(z,\,t) &= \underline{A_-}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega\,t + k\,z)}\end{aligned}$$

1) L'onde $\underline{a_+}$ provient de la transmission de l'onde $\underline{a_i}$ à travers la première lame, et de la réflexion de l'onde $\underline{a_-}$ sur cette même lame. En déduire une première égalité entre ces trois ondes en $z = 0$.

2) De quelle réflexions ou transmissions provient l'onde $\underline{a_-}$? En déduire une deuxième égalité entre les ondes, cette fois en $z = e$.

3) De quelle réflexions/transmissions provient l'onde $\underline{a_t}$? En déduire une troisième égalité, à nouveau en $z = e$.

4) Montrer qu'alors

$$\underline{A_t} = \frac{T}{1 - R\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,2\,\varphi}}\,\underline{A_i} \qquad \text{avec} \qquad \varphi = k\,e = \frac{2\,\pi\,n\,e}{\lambda_0}$$

5) Calculer que la « fonction de transfert » de la cavité $G = I_t\,/\,I_i$ s'écrit

$$G = \frac{1}{1 + \dfrac{4\,R}{(1-R)^2}\,\sin^2\varphi}$$

où I_i et I_t sont les intensités incidente et transmise.

6) Tracer G en fonction de φ.