O2-TD

Correction

O2 — 01 Corde de guitare

1) Par définition, la vitesse de phase est

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \lambda\, f$$

Ici, pour le mode fondamental, on calcule

$$\boxed{v_\varphi = 2\,L\,f_1 = 870\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}$$

car le mode fondamental ($n = 1$) est tel que $\lambda_1 = 2\,L$.

2) Pour l'équation de d'Alembert vérifiée par la vibration de la corde, la vitesse de phase est $v_\varphi = c$ (car la relation de dispersion est $\omega = c\,k$) soit

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \text{avec} \qquad \mu = \rho\,\pi\,d^2\,/\,4 \qquad \text{la masse linéïque.}$$

En effet, un élément de longueur $\mathrm{d}\ell$ a une masse $\mu\,\mathrm{d}\ell = \rho\,S\,\mathrm{d}\ell$ avec $S = \pi\,r^2$ et r le rayon. On obtient alors la tension T comme

$$\boxed{T = L^2\,f^2\,\rho\,\pi\,d^2 = 4,7\ \mathrm{kN}}$$

O2 — 06 Ondes stationnaires (Résolution de problème)

1) La pulsation ω est fixée par le pot vibrant. À gauche, on observe le mode 2 (le fondamental est le mode 1). À droite c'est le mode 4 de la corde. La masse contrôle la tension de la corde donc la célérité des ondes c. On a

$$\omega = \frac{2\,\pi\,c}{L} \qquad \text{et} \qquad \omega = \frac{4\,\pi\,c'}{L} \qquad \text{soit} \qquad c = 2\,c'$$

Les célérités $c = \sqrt{T\,/\,\mu}$ et $c' = \sqrt{T'\,/\,\mu}$, où μ est la masse linéïque de la corde, sont les célérités sur l'expérience de gauche et de droite respectivement. La masse est au repos dans les deux cas. On obtient donc la tension par un TCM appliqué à celle-ci. Dans le premier cas $T = m\,g$ et dans le second cas $T' = m\,g - 4\,\pi\,R^3\,\varrho_{\mathrm{eau}}\,g\,/\,3$ car la masse est aussi soumise à la poussée d'Archimède. Donc, en partant de

$$c^2 = 4\,c'^2 \qquad \text{soit} \qquad T = 4\,T' \qquad \text{on obtient} \qquad m = 4\,m - \frac{16\,\pi\,R^3\,\varrho_{\mathrm{eau}}}{3}$$

Finalement

$$\boxed{R = \left(\frac{9\,m}{16\,\pi\,\varrho_{\mathrm{eau}}}\right)^{1/3} \approx 2,1\ \mathrm{cm}}$$