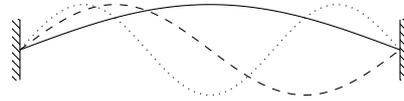


## MQ2-TD

## Correction

## MQ2 – 01 Petites questions indépendantes

1) Les extrémités  $x = 0$  et  $x = L$  sont des noeuds de vibrations, on a donc les trois premiers modes suivants :



et on voit graphiquement que

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{soit} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Après cela, on a  $k = 2\pi / \lambda$  soit

$$k_n = \frac{\pi n}{L}$$

et pour la particule quantique la relation de dispersion est  $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$  d'où finalement

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m L^2}$$

2) C'est l'équation d'un oscillateur harmonique donc

$$\varphi(x) = A \cos kx + B \sin kx \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

La particule ne peut pas se trouver hors du puits, et de plus la fonction d'onde doit être continue, donc  $\varphi(0) = 0$  et  $\varphi(L) = 0$ , donc

$$A = 0 \quad \text{et} \quad kL = n\pi \quad \text{soit} \quad \varphi_n(x) = B \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$B$  se détermine par la condition de normalisation si besoin.

3) Pareil que pour la corde vibrante, on trace à gauche  $\varphi$  et à droite  $|\varphi|^2$ .



4)  $\Delta x \Delta k \geq 1/2$  soit en ordre de grandeur, avec  $\Delta x \approx a$  ( $a$  la largeur de la zone de confinement) et  $\Delta k \approx k$ ,

$$k \geq \frac{1}{2a} \quad \text{soit} \quad E \geq \frac{\hbar^2}{8ma^2}$$

qui est strictement positive. Or classiquement  $E = mv^2/2$  donc puisqu'ici  $E$  est non nulle,  $v^2$  est non nulle aussi : une particule quantique confinée n'est « jamais au repos ».

5) Pour le puits fini, l'état fondamental existe toujours mais pas forcément les états excités. Il faut pour cela que le puits soit suffisamment profond. Ensuite, s'ils existent, les niveaux d'énergie des états stationnaires sont abaissés par rapport à ceux du puits infini. Enfin, les états stationnaires du puits fini prennent, s'ils existent, une forme similaire à ceux du puits infini à ceci près qu'ils « bavent » un peu hors du puits (la particule a une probabilité non nulle de se trouver hors du puits).