

Correction

MQ1 – 02 Diffraction d'une particule quantique

1) Rappelons les inégalités de Heisenberg rigoureuses. À 3D, il y en fait 3 inégalités, portant chacune sur une direction de l'espace

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{et} \quad \Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Ici, la particule est passée à travers la fente de largeur a , qui sert dans notre raisonnement qualitatif d'indétermination Δz . L'inégalité de Heisenberg utilisée en égalité en ordre de grandeur conduit à

$$\Delta z \Delta p_z \approx \hbar \quad \text{soit} \quad \Delta z \Delta k_z \approx 1$$

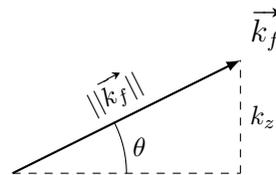
car $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ donc $p_z = \hbar k_z$. Or, la variation Δk_z de $k_z = 0$ avant la fente à k_z après la fente est $\Delta k_z = k_z$. Ainsi en ordre de grandeur

$$k_z \approx \frac{1}{a}$$

Remarque. La fente est de taille infinie dans la direction y , soit $\Delta y = \infty$. L'inégalité de Heisenberg dans cette direction conduit à $\Delta k_y = 0$. Il n'y a donc **pas de diffraction dans la direction y** .

2) Géométriquement, on a

$$\sin \theta = \frac{k_z}{\|\vec{k}_f\|} \quad \text{soit} \quad \boxed{\sin \theta = \frac{\lambda}{2\pi a}} \sim \frac{\lambda}{a}$$



effectivement, puisque $\|\vec{k}_f\| = 2\pi/\lambda$.

C'est la **même relation que pour la diffraction des ondes lumineuses**, où la diffraction par un trou de taille a se fait sur un angle typique θ vérifiant $\sin \theta \approx \lambda/a$.

Remarque. Remarquons par ailleurs que la conservation de l'énergie de la particule impose

$$E_i = E_f \quad \text{donc} \quad \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m} \quad \text{soit} \quad \|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_f\| \quad \text{donc} \quad \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{2\pi}{\lambda_f}$$

ce qui implique la **conservation de la longueur d'onde à la traversée de la fente**. (Comme attendu ! Par exemple en optique, la lumière ne change pas de couleur lorsqu'elle est diffractée. Il en est de même pour les ondes de matière).