M3-TD

Correction

M3 — 01 Montée d'une pente en monocycle

1) On se place dans le référentiel lié à O en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel du sol. Dans ce référentiel, un point de la roue est animée d'une vitesse angulaire ω. Le point appartenant à la roue et touchant le sol a donc une vitesse $-R\,\omega\,\overrightarrow{e_x}$. Dans ce référentiel également, la vitesse du sol est $-V\,\overrightarrow{e_x}$, avec V la vitesse du point O dans le référentiel lié au sol. La condition de non glissement requiert que ces deux vitesses soient égales

$$\boxed{V = R\,\omega}$$

2) On se place dans le référentiel lié au sol (celui lié à O est également galiléen donc on aurait la même équation). Le bilan des forces est :

- le poids $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{g} = -m\,g\sin\alpha\,\overrightarrow{e_x} - m\,g\cos\alpha\,\overrightarrow{e_z}$;
- et la réaction du sol $\overrightarrow{R} = T\,\overrightarrow{e_x} + N\,\overrightarrow{e_z}$.

Le théorème du centre de masse s'écrit alors ($V =$ cste)

$$0 = T - m\,g\sin\alpha$$
$$0 = N - m\,g\cos\alpha$$

Par ailleurs, le théorème du moment cinétique scalaire sur l'axe (Oy) appliqué dans le référentiel galiléen lié à la roue conduit à

$$0 = -R\,T + \Gamma \qquad (\text{car } \omega = \text{ cste})$$

Finalement,

$$\boxed{\Gamma = R\,T = m\,g\,R\sin\alpha}$$

Au passage, on remarque que $T > 0$: ce sont les frottements qui permettent à la roue d'avancer.

3) On multiplie par ω des deux côtés :

$$\boxed{\Gamma\,\omega = m\,g\,R\,\omega\sin\alpha}$$

La puissance du couple $\Gamma\,\omega$ compense exactement la puissance du poids.

4) D'après les lois de Coulomb, il y a non glissement tant que

$$T < f\,N \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\Gamma < \Gamma_{\max} = f\,m\,g\,R\cos\alpha}$$

Si $\Gamma > \Gamma_{\max}$, la roue dérape.