M2-TD

Correction

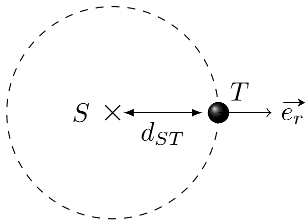
M2 — 11 Marées (théorie statique)

1) Du plus galiléen au moins galiléen

référentiel de Copernic > référentiel géocnetrique > référentiel terrestre

La déviation vers l'Est lors d'une chute libre et le fait que le poids n'est pas exactement dirigé vers le centre de la Terre sont deux illustrations du caractère non galiléen du référentiel terrestre.

2) En appliquant le théorème du centre de masse à la Terre dans le référentiel de Copernic, celle-ci étant soumise uniquement à l'attraction gravitationnelle du Soleil (les attractions des autres astres sont négligeables), on obtient



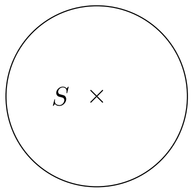
$$M_T\,\overrightarrow{a_T} = -G\,\frac{M_T\,M_S}{d_{ST}^2}\,\overrightarrow{e_r} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\overrightarrow{a_T} = -G\,\frac{M_S}{d_{ST}^2}\,\overrightarrow{e_r}}$$

Remarquons qu'il n'est pas utile ici de supposer que la trajectoire est circulaire.

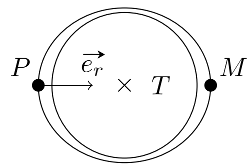
3) Le référentiel géocentrique est non galiléen car en translation circulaire par rapport au référentiel de Copernic, avec l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{a_T}$. Une particule de fluide subit ainsi, en plus des forces due à la Terre, aux autres particules de fluides, etc,... rassemblées dans $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$, la force d'attraction gravitationnelle du Soleil, et une force d'inertie d'entraînement $-m\,\overrightarrow{a_T}$. Le théorème du centre de masse appliqué à une particule de fluide de masse m_P donne par conséquent

$$m_P\,\overrightarrow{a_P} = \overrightarrow{F_{\text{ext}}} - G\,\frac{M_S\,m_P}{d_{SP}^2}\,\overrightarrow{e_r} - m\,\overrightarrow{a_T} = \overrightarrow{F_{\text{ext}}} - G\,M_S\,m_P\left(\frac{1}{d_{SP}^2} - \frac{1}{d_{ST}^2}\right)\overrightarrow{e_r}$$

avec les notations du schéma ci-dessous.



Soleil



Terre

Géométriquement, on a évidemment $d_{SP} \approx d_{ST} - R_T$ avec $R_T \ll d_{ST}$ qui va permettre un développement limité

$$\frac{1}{d_{SP}^2} = \frac{1}{(d_{ST}-R_T)^2} = \frac{1}{d_{ST}^2}\,\frac{1}{(1-R_T/d_{ST})^2} \approx \frac{1}{d_{ST}^2}\left(1+2\frac{R_T}{d_{ST}}\right) \qquad \text{si bien que} \qquad \left(\frac{1}{d_{SP}^2} - \frac{1}{d_{ST}^2}\right) \approx \frac{2\,R_T}{d_{ST}^3}$$

et donc l'attraction gravitationnelle du Soleil et de la force d'inertie d'entraînement peuvent être regroupées en une unique **force de marée**

$$m_P\,\overrightarrow{a_P} = \overrightarrow{F_{\text{ext}}} + \overrightarrow{F_S} \qquad \text{avec} \qquad \boxed{\overrightarrow{F_S} = -\frac{2\,G\,M_S\,m_P\,R_T}{d_{ST}^3}\,\overrightarrow{e_r}}$$

La particule de fluide en P subit cette force de marée dirigée vers le Soleil, tandis que celle en M est dirigée vers l'extérieur (le calcul est identique, il suffit d'écrire $d_{SM} = d_{ST} + R_T$ donc changer R_T en $-R_T$). Le sens de ces deux forces justifie la déformation de la surface des océans représentée sur le schéma de l'énoncé.

4) La Lune tourne autour de la Terre donc la Terre tourne autour de la Lune dans le référentiel attachée à celle-ci. En conséquence, le calcul fait précédemment avec le Soleil peut être mené de manière tout à fait identique avec la Lune. On déduit que la force de marée due à la Lune s'écrit

$$\overrightarrow{F_L} = -\frac{2\,G\,M_L\,m_P\,R_T}{d_{LT}^3}\,\overrightarrow{e_r} \qquad \text{et ainsi} \qquad \boxed{\frac{||\overrightarrow{F_L}||}{||\overrightarrow{F_S}||} = \frac{M_L}{M_S}\,\frac{d_{ST}^3}{d_{LT}^3} \approx 2{,}2}$$

On se rend ainsi compte que la contribution de la Lune aux phénomènes des marées est en fait plus de 2 fois plus importante que celle du Soleil.

5) Les déformations oblongues de la surface des océans se fait le long de l'axe entre la Terre et l'astre attracteur. Lorsque la Terre, le Soleil et la Lune sont alignés, les contributions se superposent, tandis que si la Lune est dans l'axe orthogonal à l'axe Soleil-Terre les contributions tendent à s'atténuer. **c)** et **d)** sont donc des marées de vives-eaux, et **a)** et **b)** sont celles de mortes-eaux.