

Correction

M1 – 05 Saut à l'élastique

1) Adoptons un raisonnement énergétique. On considère comme système {Alice + corde}, et on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose la masse de la corde négligeable, et la masse d'Alice est notée m_A . L'énergie du système est

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{Alice}} + E_{\text{corde}} = E_{c,\text{Alice}} + E_{pp,\text{Alice}} + E_{e,\text{corde}}$$

par extensivité, les trois termes étant respectivement une énergie cinétique, une énergie potentielle de pesanteur et une énergie élastique.

Alice se laisse tomber du pont à la hauteur h_i , sans vitesse initiale. La corde est à ce moment non tendue donc elle ne stocke aucune énergie élastique. L'énergie initiale du système est donc

$$E_{\text{tot},i} = m_A g h_i$$

Au plus bas du saut, la vitesse d'Alice est nulle et la corde fait $\ell_A = 80$ m, donc Alice est à $h_f = h_i - \ell_A = 23$ m du sol. En modélisant la corde élastique par un ressort, l'énergie totale est

$$E_{\text{tot},f} = m_A g h_f + \frac{1}{2} k (\ell_A - \ell_0)^2$$

où $\ell_0 = 30$ m est la longueur à vide de la corde. De la conservation de l'énergie, on déduit immédiatement

$$E_{\text{tot},f} = E_{\text{tot},i} \quad \text{soit} \quad k = \frac{2 m_A g (h_i - h_f)}{(\ell_A - \ell_0)^2} = \frac{2 m_A g \ell_A}{(\ell_A - \ell_0)^2}$$

On obtient numériquement, avec $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,

$$k = 31 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Connaissant désormais k , le même raisonnement sur Bob de masse m_B permet cette fois de déterminer la longueur maximale de la corde ℓ_B quand Bob saute.

$$E_{\text{tot},f} = E_{\text{tot},i} \quad \text{soit} \quad m_B g h_i = m_B g (h_i - \ell_B) + \frac{1}{2} k (\ell_B - \ell_0)^2$$

La suite du calcul mène à

$$\ell_B^2 - 2 \left(\frac{m_B g}{k} + \ell_0 \right) \ell_B + \ell_0^2 = 0$$

qui est un polynôme de degré 2 en ℓ_B . Les deux solutions sont

$$\ell_B = 97 \text{ m} \quad \text{et} \quad \ell_B = 9 \text{ m}$$

La deuxième solution n'a aucun sens physique puisque la corde n'est même pas tendue (< 30 m). La corde atteint donc une longueur maximale $\ell_B = 97$ m, qui est inférieure aux 103 m du pont. **Bob peut donc sauter avec le même élastique.**

