L3-TD

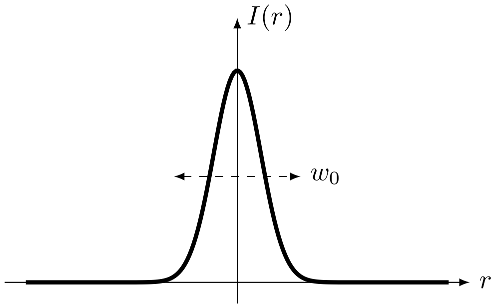
Correction

L3 — 01 Faisceau gaussien (e3a PC 2016)

1) $I(r)$ est un **fonction gaussienne**

$$I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{2\,r^2}{w_0^2}\right)$$

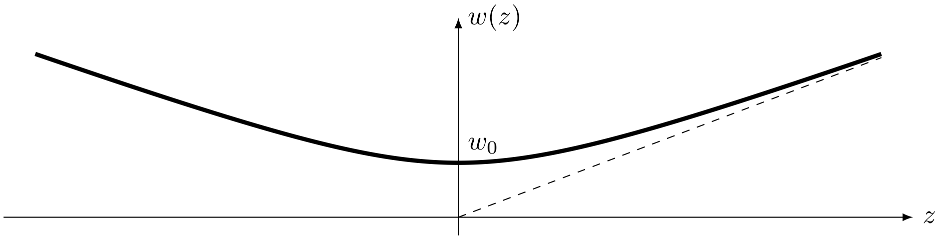
Elle prend la forme



2) Si $z \gg z_R$ alors

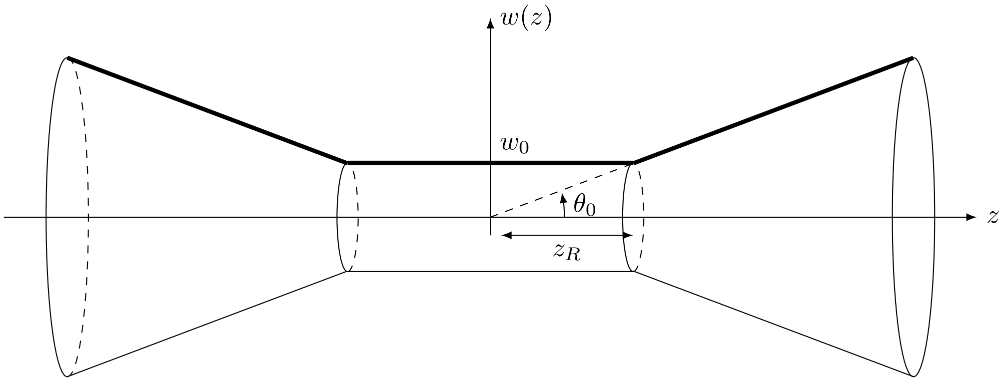
$$\boxed{w(z) \approx w_0\,\frac{z}{z_R}}$$

qui est linéaire en z. À l'inverse si $z \ll z_R$, alors $w(z) \approx w_0$. On trace ainsi (c'est en fait une branche d'hyperbole, et on ne représente pas celle du bas)



3) Le faisceau est **cylindrique**, donc de rayon constant $w(z) \approx w_0$, si $z \ll z_R$. À l'inverse, il est **conique** si $z \gg z_R$.

4) Il s'agit en fait de discuter le **modèle cône-cylindre**. Le tracé de $w(z)$ peut qualitativement prendre la forme suivante, qui est la jonction d'un cylindre et de deux bouts de cônes,



On a fait ressortir en gras la modélisation de la branche d'hyperbole de la question **2)**. Sur le schéma, on voit

$$\tan\theta_0 = \frac{w_0}{z_R} \qquad \text{soit} \qquad \theta_0 \approx \frac{w_0}{z_R}$$

car $\tan\theta_0 \approx \theta_0$, l'angle étant petit. En utilisant l'expression de z_R, on conclut

$$\boxed{\theta_0 \approx \frac{\lambda}{\pi\, w_0}}$$

5) L'application numérique donne

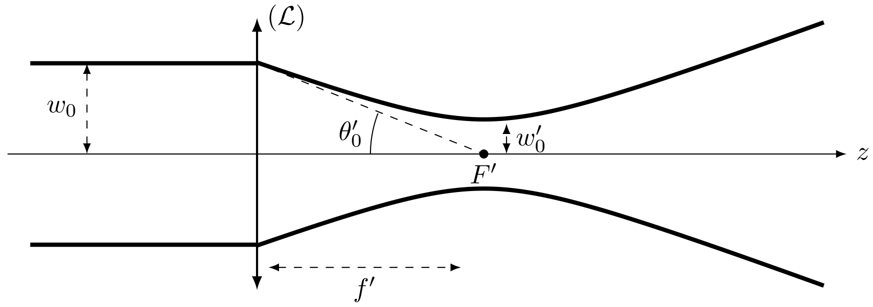
$$\boxed{\theta_0 = 0,02°}$$

6) L'application numérique donne

$$\boxed{z_R = \frac{\pi\, w_0^2}{\lambda} \approx 1,37 \text{ m}}$$

Rares sont les montages optiques où le laser est à plus d'un mètre de la lentille... Il paraît pertinent de considérer que le faisceau laser attaque la lentille sous sa forme cylindrique (soit $z \ll z_R$) dans quasiment toutes les situations.

7) La lentille permet la focalisation du faisceau. Le schéma optique se dessine comme suit (le nouveau waist, c'est-à-dire la largeur minimale du faisceau, est atteint au niveau du point de convergence du faisceau géométrique : le point focal image)



On observe sur ce schéma que la nouvelle ouverture angulaire après le faisceau est

$$\tan\theta_0' = \frac{w_0}{f'} \qquad \text{soit} \qquad \theta_0' \approx \frac{w_0}{f'}$$

et le lien entre ouverture angulaire et waist obtenu à la question **4)** donne

$$\boxed{w_0' = \frac{\lambda}{\pi\, \theta_0'} \approx 1,8\ \mu\text{m}}$$