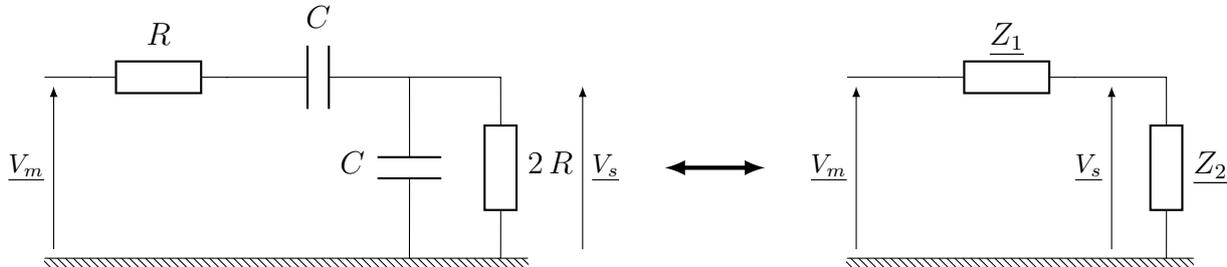


Correction

L2 – 03 Oscillateur électronique

1) En terme d'impédances complexes, le filtre de droite est équivalent à



avec

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = \frac{2R}{1 + 2jRC\omega}$$

Il n'y a aucun courant qui part dans le fil de bouclage puisque $i_e = 0$. On peut donc appliquer la formule du pont diviseur de tension

$$\underline{V}_s = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{V}_m \quad \text{soit} \quad \underline{V}_s = \underline{H}(j\omega) \underline{V}_m \quad \text{avec} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\frac{5}{2} + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{2\omega}\right)}$$

C'est un filtre **passse-bande** car \underline{V}_s tend vers 0 pour $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$ (notons que c'est un argument plutôt grossier, on apprécierait regarder plus rigoureusement le module de \underline{V}_s ...). Et c'est un filtre du **deuxième ordre** puisqu'il contient deux condensateurs (à nouveau, un argument plus rigoureux serait de voir que la fonction de transfert se réécrit

$$\underline{V}_s = \frac{2j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 5j \frac{\omega}{\omega_0}} \underline{V}_m$$

et, sous cette forme de fraction rationnelle en $j\omega$, on a un polynôme de degré 2 au dénominateur).

2) On a ainsi

$$\underline{V}_m = \beta \underline{V}_e, \quad \underline{V}_s = \underline{H}(j\omega) \underline{V}_m \quad \text{et} \quad \underline{V}_s = \underline{V}_e$$

soit finalement

$$\underline{V}_e = \beta \underline{H}(j\omega) \underline{V}_e \quad (1)$$

Pour que cette équation soit vérifiée, il faut $\underline{V}_e = 0$, qui est une solution sans intérêt pour nous (pas de signal dans le circuit), ou bien

$$\beta \underline{H}(j\omega) = 1$$

C'est la **condition d'oscillation**, nécessaire pour avoir un signal non nul dans le circuit. Cette équation se réécrit

$$\beta = \frac{5}{2} + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{2\omega}\right) \quad (2)$$

et puisque β est réel, elle impose

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{2\omega} = 0 \quad \text{soit} \quad \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

Si un signal sinusoïdal existe dans le circuit, il oscille forcément à cette pulsation.

3) Repartons de l'équation (1). Elle s'écrit aussi

$$\frac{5}{2} + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{2\omega}\right) \underline{V}_e = \beta \underline{V}_e$$

En multipliant par $j\omega\omega_0$, on obtient

$$-\omega^2 \underline{V_e} + \frac{5}{2} j\omega\omega_0 \underline{V_e} + \frac{\omega_0^2}{2} \underline{V_e} = j\omega\omega_0 \beta \underline{V_e}$$

Il suffit alors de repasser en réel en utilisant les règles

$$j\omega \leftrightarrow \frac{d}{dt} \quad \text{et} \quad -\omega^2 \leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}$$

On aboutit à

$$\frac{d^2 V_e}{dt^2} + \left(\frac{5}{2} - \beta\right) \omega_0 \frac{dV_e}{dt} + \frac{\omega_0^2}{2} V_e = 0$$

et la solution est purement sinusoïdale si

$$\beta = \frac{5}{2}$$

car alors l'équation est celle d'un oscillateur harmonique (de pulsation $\omega = \omega_0 / \sqrt{2}$ évidemment!). On aurait pu obtenir directement cette relation en identifiant les parties réelles de la condition d'oscillation **(2)**.