

## Correction

## L1 – 04 Inversion de population pour un laser à trois niveaux

1) Il est absolument nécessaire de réaliser un schéma dans ce genre d'exercice pour ne pas se perdre dans tous les mécanismes. Ici l'énoncé le fait pour nous donc on observe que

- pour le niveau 3 : il est rempli par le niveau 1 avec un taux  $W N_1$ , et se vide dans le niveau 2 avec un taux  $M N_3$  ;
- pour le niveau 2 : il est rempli par le niveau 3 avec un taux  $M N_3$  et par le niveau 1 par absorption donc avec un taux  $B_{12} u(\nu_{12}) N_1$ , et se vide dans le niveau 1 par émission spontanée avec un taux  $A_{21} N_2$  et par émission stimulée avec un taux  $B_{21} u(\nu_{12}) N_2$  ;
- enfin pour le niveau 1 : il est vidé par pompage dans le niveau 3 avec un taux  $W N_1$  et par absorption dans le niveau 2 avec un taux  $B_{12} u(\nu_{12}) N_1$  ; et il est rempli par émission spontanée et stimulée par le niveau 2 avec les taux  $A_{21} N_2$  et  $B_{21} u(\nu_{12}) N_2$ .

L'énoncé précise bien qu'il n'y a pas d'émission stimulée, spontanée et d'absorption entre les niveaux 1 et 3, ainsi que 2 et 3. On peut donc écrire les équations d'évolutions des populations

$$\begin{cases} \frac{dN_3}{dt} = W N_1 - M N_3 \\ \frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2 - B_{21} u(\nu_{12}) N_2 + B_{12} u(\nu_{12}) N_1 + M N_3 \\ \frac{dN_1}{dt} = A_{21} N_2 + B_{21} u(\nu_{12}) N_2 - B_{12} u(\nu_{12}) N_1 - W N_1 \end{cases}$$

2) En régime permanent,

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = \frac{dN_3}{dt} = 0$$

donc

$$\begin{cases} 0 = W N_1 - M N_3 \\ 0 = -A_{21} N_2 - B_{21} u(\nu_{12}) N_2 + B_{12} u(\nu_{12}) N_1 + M N_3 \\ 0 = A_{21} N_2 + B_{21} u(\nu_{12}) N_2 - B_{12} u(\nu_{12}) N_1 - W N_1 \end{cases}$$

3) La première équation donne

$$N_1 = \frac{M}{W} N_3$$

tandis que la deuxième conduit à

$$N_2 = \frac{B u(\nu_{12}) N_1 + M N_3}{B u(\nu_{12}) + A_{21}} \quad \text{soit} \quad N_2 = \frac{B u(\nu_{12}) + W}{B u(\nu_{12}) + A_{21}} N_1$$

On poursuit en calculant la différence

$$N_2 - N_1 = \left( \frac{B u(\nu_{12}) + W}{B u(\nu_{12}) + A_{21}} - 1 \right) N_1 = \frac{W - A_{21}}{B u(\nu_{12}) + A_{21}} N_1$$

et avec l'aide de la première équation on conclut

$$N_2 - N_1 = \frac{W - A_{21}}{B u(\nu_{12}) + A_{21}} \frac{M}{W} N_3$$

4) On réalise l'inversion de population  $N_2 > N_1$  si  $N_2 - N_1 > 0$  donc si

$$W > A_{21} = W_{\min}$$

Le taux de pompage minimal pour ce système à 3 niveaux est donc le coefficient d'émission spontanée.