

## H0-TD

## Correction

## H0 – 04 Atmosphère polytropique

1) On utilise le principe fondamental de la statique des fluides, avec l'axe  $z$  vers le haut

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Pour un GP, on a  $\rho = \frac{PM}{RT}$  donc 
$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0} \frac{dz}{1-az}$$

qui s'intègre en

$$P(z) = P_0 (1-az)^\beta \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{Mg}{RT_0 a} = \frac{1}{Ha} \approx 4,9$$

La masse volumique est ensuite

$$\rho(z) = \frac{P(z)M}{RT(z)} = \frac{P_0 M}{RT_0} (1-az)^{\beta-1} = \rho_0 (1-az)^{\beta-1}$$

2) On calcule

$$z_{1/2} = \frac{1 - (1/2)^{1/\beta}}{a} \approx 5,5 \text{ km}$$

En comparaison, pour l'atmosphère isotherme à  $T_0$  on détermine  $P = P_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT_0}\right)$  donc

$$z_{1/2} = H \ln 2 \approx 5,9 \text{ km}$$

On obtient ainsi une valeur plus faible avec le modèle polytropique. C'est cohérent car la pression d'un GP diminue quand sa température diminue.

3) Le modèle polytropique conduit à  $P = P_0 T^\beta / T_0^\beta$  avec  $\beta \approx 4,9$ . Cela correspond très bien au bulletin météo. On peut conclure que ce modèle représente efficacement l'évolution réelle de la pression avec l'altitude.

4) GP donc  $T = PV / (nR)$ . D'après la question précédente

$$P = \frac{P_0 (PV)^\beta}{(T_0 nR)^\beta} \quad \text{soit} \quad P^{1-\beta} V^{-\beta} = \text{Cste}$$

On identifie  $k = \beta / (\beta - 1) \approx 1,3$ . Cet exposant est intermédiaire entre isotherme ( $k = 1$ ) et adiabatique ( $k = \gamma = 1,4$ , pour un GP diatomique).

## H0 – 02 Expérience avec une paille

1) On emprisonne un volume  $\ell_1 s$  d'air à  $P_i = P_0$ . On suppose la transfo isotherme car lente et contact avec l'atmosphère à  $T_0$ . L'air est supposée être un GP. Alors  $P_f V_f = P_i V_i$  soit

$$P_0 \ell_1 s = P_f (\ell_2 - h) s$$

Or  $P_f = P_0 - \rho g h$ . On résout

$$P_0 (\ell_1 - \ell_2 + h) = -\rho g h (\ell_2 - h)$$

$$h^2 - \left(\frac{P_0}{\rho g} + \ell_2\right) h + \frac{P_0}{\rho g} (\ell_2 - \ell_1) = 0$$

polynôme de degré 2 en  $h$ .

2)  $h = 20$  cm. La tension superficielle fait augmenter  $P_f$  donc en l'incluant on trouverait un  $h$  plus petit.