EM1-TD

Correction

EM1 — 13 Champ électrostatique créé par le dioxyde de carbone

1) La molécule de dioxyde de carbone étant **neutre**, le carbone porte une charge partielle $+2\,\delta q$.

2) Le barycentre P des charges positives est l'atome de carbone (puisqu'il porte la seule charge positive). Le barycentre N des charges négatives est le milieu entre les deux atomes d'oxygène : c'est donc également l'atome de carbone ! Le vecteur $\overrightarrow{NP}$ est donc nul et **la molécule ne porte pas de moment dipolaire**.

3) L'approximation dipolaire consiste à regarder la distribution de charge « de loin », c'est-à-dire

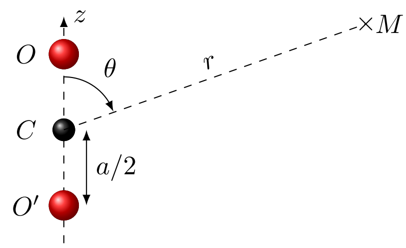
$$\boxed{r \gg a}$$

où a est la longueur de la molécule et r la distance entre la molécule et l'observateur.

4) On note O l'atome d'oxygène du haut et O' celui du bas. On note également C l'origine du repère, où se trouve l'atome de carbone. Le potentiel électrostatique $V(M)$ créé en M par cette distribution de charge est, par **théorème de superposition**

$$V(M) = V_O(M) + V_C(M) + V_{O'}(M) \qquad \text{soit} \qquad V(M) = \frac{-\delta q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,OM} + \frac{2\,\delta q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,CM} - \frac{-\delta q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,O'M}$$

car les trois charges sont ponctuelles. Évidemment, $CM = r$. Il reste à calculer OM et $O'M$. On calcule pour commencer



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM} = -\frac{a}{2}\,\overrightarrow{e_z} + r\,\overrightarrow{e_r}$$

et par conséquent

$$OM^2 = \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OM} = \frac{a^2}{4} + r^2 - a\,r\,\cos\theta = r^2\left(1 - \frac{a\,\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{4\,r^2}\right)$$

Il s'ensuit que

$$\frac{1}{OM} = \left(OM^2\right)^{-1/2} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a\,\cos\theta}{2\,r} - \frac{a^2}{8\,r^2} + \frac{3}{8}\,\frac{a^2\,\cos^2\theta}{r^2}\right)$$

par un développement limité au second ordre en a/r. Par symétrie entre O et O', la distance $O'M$ s'obtient ensuite en changeant $a \leftrightarrow -a$ dans l'expression de OM. On a donc

$$\frac{1}{O'M} = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{a\,\cos\theta}{2\,r} - \frac{a^2}{8\,r^2} + \frac{3}{8}\,\frac{a^2\,\cos^2\theta}{r^2}\right)$$

Finalement, le potentiel créé par le dioxyde de carbone en M est

$$V(M) = \frac{\delta q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r}\left\{2 - \left(1 + \frac{a\,\cos\theta}{2\,r} - \frac{a^2}{8\,r^2} + \frac{3}{8}\,\frac{a^2\,\cos^2\theta}{r^2}\right) - \left(1 - \frac{a\,\cos\theta}{2\,r} - \frac{a^2}{8\,r^2} + \frac{3}{8}\,\frac{a^2\,\cos^2\theta}{r^2}\right)\right\}$$

c'est-à-dire

$$\boxed{V(M) = \frac{\delta q\,a^2}{16\,\pi\,\varepsilon_0\,r^3}\left(1 - 3\,\cos^2\theta\right)}$$

5) Le champ électrostatique se calcule ensuite par

$$\boxed{\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V = \frac{3\,\delta q\,a^2}{16\,\pi\,\varepsilon_0\,r^4}\left(1 - 3\,\cos^2\theta\right)\overrightarrow{e_r} - \frac{6\,\delta q\,a^2}{16\,\pi\,\varepsilon_0\,r^4}\,\cos\theta\,\sin\theta\,\overrightarrow{e_\theta}}$$

6) Sans regarder la dépendance en θ, on observe que

$$\boxed{||\overrightarrow{E}|| \propto \frac{1}{r^4}}$$

7) D'après le cours, une distribution monopolaire (= une charge ponctuelle) crée un potentiel en $1/r$ et un champ électrostatique en $1/r^2$. Une distribution dipolaire crée un potentiel en $1/r^2$ et un champ en $1/r^3$. Enfin, nous venons de calculer ici qu'une distribution quadripolaire crée un potentiel en $1/r^3$ et un champ en $1/r^4$.