E1-TD

Correction

E1 — 04 Filtrage d'un signal non sinusoïdal

1) À basse fréquence, une bobine est un fil et un condensateur un interrupteur ouvert. On déduit que $s(t) = e(t)$. C'est l'inverse à haute fréquence donc $s(t) = 0$. C'est un **passe-bas**.

2) On obtient la bonne fonction de transfert avec

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\,C}} \qquad \text{et} \qquad a = \frac{L\,\omega_0}{R}}$$

3) On calcule

$$\boxed{G(x) = |\underline{H}(x)| = \left(\frac{1 + a^2\,x^2}{(1-x^2)^2 + a^2\,x^2}\right)^{1/2}}$$

Pour la phase il faut distinguer deux cas suivant que la partie réelle du dénominateur soit positive ou négative (celle du numérateur vaut 1 donc ne change pas de signe)

$$\boxed{\varphi(x) = \arctan\left(a\,x\right) - \arctan\left(\frac{a\,x}{1-x^2}\right) \qquad \text{pour } x < 1}$$

et

$$\boxed{\varphi(x) = \arctan\left(a\,x\right) - \arctan\left(\frac{a\,x}{1-x^2}\right) + \pi \qquad \text{pour } x > 1}$$

4) Par linéarité la sortie est la somme de chacune des sorties correspondant aux trois termes en entrée s'ils étaient seuls

$$\begin{aligned}
\underline{s}(t) &= \underline{H}(0)\,U_0\,\mathrm{e}^0 + \underline{H}(\omega_1)\,U_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega_1\,t} + \underline{H}(\omega_2)\,U_2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega_2\,t} \\
&= U_0 + G(\omega_1)\,U_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega_1\,t + \varphi(\omega_1))} + G(\omega_2)\,U_2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega_2\,t+\varphi(\omega_2))} \\
s(t) &= U_0 + G(\omega_1)\,U_1\cos\left(\omega_1\,t + \varphi(\omega_1)\right) + G(\omega_2)\,U_2\cos\left(\omega_2\,t + \varphi(\omega_2)\right)
\end{aligned}$$

à poursuivre avec les applications numériques...