

ET1-TD

Machines synchrones

ET1 – 01 Générateur d'une éolienne

(Extrait de Centrale 2021 PSI physique 2)

On étudie la production d'énergie électrique par l'éolienne au moyen d'un générateur utilisant des aimants permanents. Il est constitué d'un stator intérieur cylindrique de diamètre D_i et de longueur L_r selon $\vec{e}_z$. Le rotor a un diamètre intérieur noté $D_i + 2e$, avec $e \ll D_i$ l'entrefer du dispositif, et est maintenu en rotation autour de l'axe $\vec{e}_z$ par une liaison pivot, sa position angulaire étant notée θ_r .

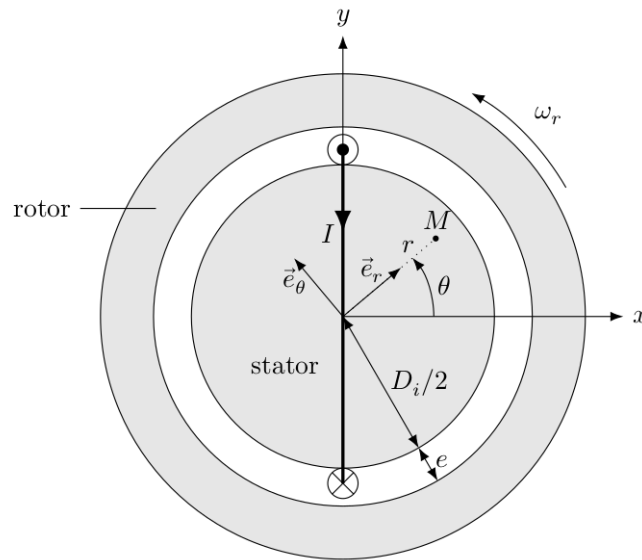


Figure 8 Rotor et stator du générateur (un courant d'intensité I parcourt l'enroulement autour du stator)

Le rotor et le stator sont constitués d'un matériau ferromagnétique doux de perméabilité magnétique relative μ_r supposée infinie.

On admet que la longueur axiale L_r est suffisamment grande pour que le champ magnétique dans l'entrefer soit indépendant de la coordonnée z . On admet également qu'il y est toujours radial, dirigé selon $\vec{e}_r$. On enroule autour du stator un câble parcouru par un courant électrique d'intensité $I > 0$ comme représenté sur la figure 8 ci-dessus. On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques. Comme l'entrefer est très fin ($e \ll D_i$), on peut considérer que la norme du champ magnétique y est indépendante de r .

1) Montrer que le champ magnétique dans l'entrefer a pour intensité :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2e}$$

et préciser son sens en fonction de l'angle θ .

2) On enroule autour du stator une deuxième spire parcourue par le même courant I , dans un plan de vecteur normal orienté selon $\vec{e}_y$. Tracer la courbe représentative du champ magnétique total $B(\theta) = \vec{B} \cdot \vec{e}_r$ l'entrefer en fonction de θ .

On enroule maintenant un grand nombre de spires dans différents plans et on admet qu'une répartition adéquate permet d'obtenir un champ magnétique statorique dans l'entrefer qui varie sinusoïdalement avec l'angle θ selon

$$\vec{B}_s(I) = B_0(I) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{avec} \quad B_0(I) = \frac{N \mu_0 I}{2e}$$

où N est le nombre effectif de tours de l'enroulement. Cette expression sera valable dans toute la suite.

3) Dans cette question uniquement, l'enroulement statorique fournit une puissance électrique constante de 5,0 kW sous une tension de 230 V et on a $N = 21$. Calculer la valeur de l'intensité du courant I et en déduire l'intensité maximale du champ magnétique dans l'entrefer pour $e = 2$ mm.

4) On utilise désormais deux enroulements statoriques similaires mais produisant chacun un maximum de leur champ magnétique dans une direction différente. Ces enroulements sont respectivement parcourus par des courants d'intensité I_1 et I_2 et créent des champs magnétiques respectifs $\vec{B}_{s1}$ et $\vec{B}_{s2}$ donnés par

$$\vec{B}_{s1}(I_1) = B_0(I_1) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{et} \quad \vec{B}_{s2}(I_2) = B_0(I_2) \cos(\theta - \pi/2) \vec{e}_r$$

où B_0 a été défini précédemment. Les courants I_1 et I_2 ont même amplitude I_s et varient sinusoïdalement à la pulsation ω_s : $I_1 = I_s \cos(\omega_s t)$, $I_2 = I_s \cos(\omega_s t - \phi_2)$.

5) Comment peut-on réaliser l'enroulement créant le champ $\vec{B}_{s2}$ si l'on connaît celui qui crée le champ $\vec{B}_{s1}$?

6) Déterminer la valeur de ϕ_2 permettant de réaliser un champ dit « tournant » tel que :

$$\vec{B}_s = B_t \cos(\theta - \omega_s t) \vec{e}_r$$

et préciser l'expression de B_t en fonction, entre autres, de I_s .

On note $\phi_s = \omega_s t$ la direction dans laquelle pointe le maximum du champ magnétique tournant.

Le rotor produit, au moyen d'aimants permanents, un champ magnétique dans l'entrefer qu'on considérera lui aussi radial, uniforme sur l'épaisseur de l'entrefer, variant sinusoïdalement avec la position, et solidaire du rotor. On note $\vec{B}_r$ son expression

$$\vec{B}_r = B_r \cos(\theta - \phi_r) \vec{e}_r$$

avec B_r une constante positive et ϕ_r l'angle dont a tourné le rotor.

Le courant dans les enroulements statoriques est désormais induit par le mouvement du rotor. On rappelle que ϕ_r (resp. ϕ_s) désigne la direction dans laquelle la composante radiale du champ magnétique du rotor (resp. du champ magnétique tournant statorique) est maximale.

7) Déterminer l'expression de l'énergie magnétique totale dans l'entrefer, notée $\mathcal{E}_{\text{mag}}$, en fonction, entre autres, de B_r , ϕ_s , ϕ_r et de I_s .

8) En déduire l'expression du couple exercé sur le rotor, donné par

$$\Gamma = \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{d\phi_r}$$

On suppose dans toute la suite qu'un régime sinusoïdal est établi dans lequel le rotor tourne à la pulsation ω_r constante et l'intensité du courant statorique oscille à la même pulsation $\omega_s = \omega_r$ avec une amplitude I_s . On note $\delta = \phi_r - \phi_s = \text{Cste}$ qu'on suppose positif.

9) Calculer la valeur maximale possible de la valeur absolue du couple pour $I_s = 22 \text{ A}$ et $B_r = 1,2 \text{ T}$.

On peut modéliser chacun des enroulements statoriques par le même circuit électrique, représenté sur la figure 9 ci-dessous. La résistance R et l'autoinductance L sont celles de l'enroulement statorique, la force électromotrice E est celle produite par le mouvement du rotor. La résistance R_u représente celle du dipôle alimenté par le générateur. On prendra $R = 1 \Omega$ et $L = 20 \text{ mH}$.

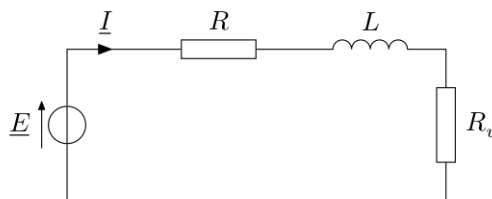


Figure 9 Schéma électrique d'un enroulement statorique

On donne les expressions des forces électromotrices instantanées des enroulements parcourus par les courants I_1 et I_2 définis précédemment, qu'on note respectivement E_1 et E_2 ,

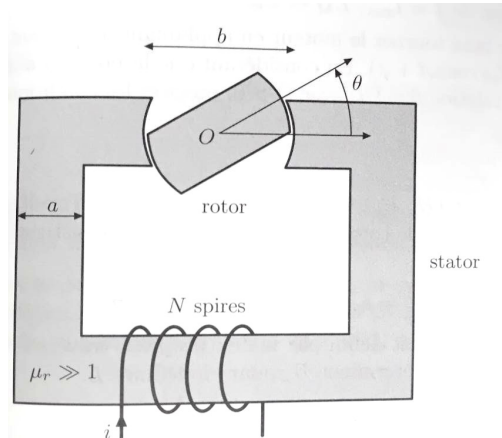
$$\begin{cases} E_1 &= \frac{\pi N L_r D_i B_r}{4} \omega_r \sin(\phi_r) \\ E_2 &= -\frac{\pi N L_r D_i B_r}{4} \omega_r \cos(\phi_r) \end{cases}$$

Déterminer, en notation complexe, les expressions des amplitudes complexes des intensités I_1 et I_2 .

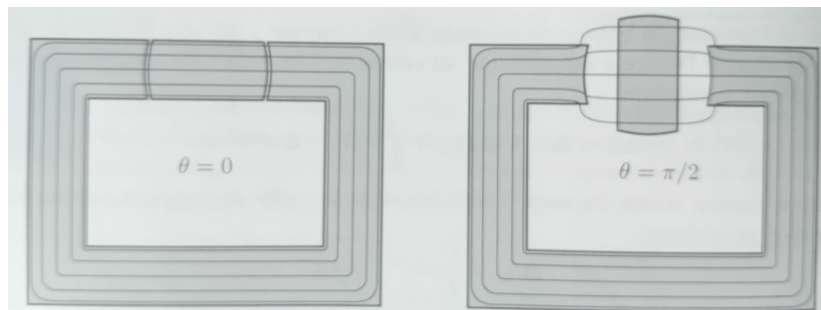
- 10) En déduire l'expression du champ magnétique statorique puis celle du couple exercé sur le rotor.
- 11) Calculer la valeur du couple mécanique exercé par l'écoulement de l'air sur l'éolienne pour fournir une puissance moyenne de 5 kW à la charge de résistance R_u sous une tension efficace de 230 V à la fréquence de 50 Hz.
- Données.** Diamètre $D_i = 530$ mm, entrefer $e = 2$ mm, longueur axiale $L_r = 300$ mm.

ET1 – 02 Moteur monophasé à reluctance variable

Un moteur à reluctance variable est constitué d'un stator en fer doux de perméabilité magnétique relative $\mu_r \gg 1$, muni d'un enroulement de N spires parcourues par un courant d'intensité i . Le rotor, également en fer doux, peut tourner autour de l'axe $(O, \vec{u}_z)$ orthogonal à la feuille. La section du circuit magnétique est carrée de côté a . On note ℓ_m la longueur totale du circuit magnétique pour $\theta = 0$ et b la longueur du rotor. L'entrefer, noté e , est supposé très faible devant a , ℓ_m et b .



- 1) La figure ci-dessous présente les allures des lignes de champ magnétique pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$. Exprimer les inductances propres L_M et L_m pour ces deux configurations respectives en considérant que la norme du champ magnétique est approximativement uniforme par morceaux dans le fer et dans l'air. Simplifier ces expressions dans le cas $b = 2a$ et comparer L_M et L_m .



- 2) Quelle est la période de la fonction $L(\theta)$? On modélise $L(\theta)$ par une fonction sinsusoïdale variant entre L_m et L_M . Donner son expression.
- 3) Soit $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$ l'énergie magnétique du système. On admet que le couple Γ s'exerçant sur le rotor est donné par

$$\Gamma = \frac{\partial \mathcal{E}_m}{\partial \theta}$$

On alimente le dispositif avec un courant i constant. Quel est alors le couple moyen? Que conclure pour la réalisation d'un moteur à l'aide de ce système?

- 4) Le principe d'alimentation d'un moteur à reluctance variable est en fait d'injecter un courant lors des phases où la dérivée $dL/d\theta$ est positive, et de ne pas injecter de courant lorsqu'elle est négative. Cette alimentation peut par exemple être réalisée à l'aide d'un onduleur, discuté sommairement dans le chapitre ET3. Le courant est ainsi une fonction créneau oscillant entre $I = I_{\max}$ et $I = 0$. Déterminer les angles pour lesquels un courant doit être injecté. En déduire la valeur du couple moyen dans ce cas, en fonction de $I_{\max}$, L_M et L_m .
- 5) Une autre possibilité est également d'alimenter le moteur avec un courant alternatif $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$. En considérant que la position angulaire du rotor est décrite par la fonction $\theta = \Omega t$, avec Ω la vitesse angulaire de celui-ci, préciser les conditions qu'il faut appliquer à ω et φ .