Dispersion et absorption d'une onde

- une OPPH :

$$\underline{\psi}(x,t) = \psi_0 \underbrace{e^{-k'' x}}_{\text{absorption}} \underbrace{e^{j(\omega t - k'x + \varphi)}}_{\text{propagation}}$$

- un paquet d'onde (somme d'OPPH) :

$$\underline{\psi}(x,t) = \int d\omega \, \underline{\psi_\omega} \, e^{j(\omega t - \underline{k}(\omega) x)}$$

avec $\Delta\omega \ll \omega$.

Une équation d'onde linéaire

une OPPH
$\underline{\psi} = \underline{\psi}_0 \, e^{j(\omega t - \underline{k} x)}$

Une relation de dispersion $\underline{k} = f(\omega)$

$$\underline{k} = k' - j\, k''$$

avec $k' = \mathfrak{Re}(\underline{k})$ et $k'' = -\mathfrak{Im}(\underline{k})$

k' → **Dispersion**

k'' → **Absorption**

Dispersion

- Si $k' = 0$, il n'y a **pas de propagation** : l'onde est stationnaire. *Si elle est de plus exponentiellement atténuée, on la dit **évanescente**.*
- Si $k' \neq 0$, on calcule la **vitesse de phase** :

$$\boxed{v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k'}}$$

dépend-elle de ω ?

non → la propagation n'est **pas dispersive** : toutes les OPPH voyagent à la même vitesse (alors $v_g = v_\varphi$).

oui → les OPPH ne voyagent pas toutes à la même vitesse : un paquet d'onde se déforme donc au cours de la propagation. Il y a **dispersion**. On calcule alors la vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde, appelée la **vitesse de groupe** :

$$\boxed{v_g = \frac{d\omega}{dk'}}$$

et si
- $v_\varphi > v_g$ alors il y a **glissement de phase vers l'avant.**
- $v_\varphi < v_g$ alors il y a **glissement de phase vers l'arrière.**

Absorption

- Si $k'' = 0$, il n'y a **pas d'absorption**.
- Si $k'' \neq 0$, il y a **absorption sur une distance caractéristique** :

$$\boxed{\delta(\omega) = \frac{1}{|k''(\omega)|}}$$

selon le signe de k' et k'', il peut aussi s'agir d'une amplification...