

Modèle scalaire de la lumière

Ce chapitre est purement descriptif : il explicite une modélisation de la lumière permettant de rendre compte de phénomènes non décrits par l'optique géométrique, à savoir les interférences que nous étudierons extensivement, ainsi que la diffraction qui n'est quant à elle pas au programme.

Mots-clés. Onde lumineuse, surface d'onde, théorème de Malus, vibration harmonique, modèle des trains d'ondes, temps de cohérence d'une source, longueur de cohérence temporelle.

Table des matières

1 Onde lumineuse et chemin optique	1
1.1 Chemin optique	1
1.2 Surface d'onde	2
1.3 Théorème de Malus	2
2 La vibration lumineuse	4
2.1 Définition	4
2.2 Éclairement	4
2.3 Phase de la vibration	4
3 Généralités sur les détecteurs de lumière	5
4 Généralités sur les sources de lumière	5
4.1 Description des sources	5
4.2 Modélisation de l'émission des sources réelles : modèle des trains d'onde	6

1 Onde lumineuse et chemin optique

Il est très important de cerner dès le début du chapitre que les raisonnements de l'optique ondulatoire reposent en partie sur la construction des rayons lumineux, qui sont par essence des objets de l'optique géométrique. Il y a une complémentarité (et non une opposition) entre rayon lumineux et onde lumineuse.

1.1 Chemin optique

Le chemin optique est la grandeur qui permet, via le théorème de Malus, de faire le lien entre l'optique géométrique et l'optique ondulatoire.

Chemin optique. On appelle chemin optique la quantité (en m)

$$\mathcal{L}(SM) = \int_S^M n(P) d\ell$$

où l'intégrale curviligne se fait sur un **rayon de l'optique géométrique** reliant S à M .

Propriété. Le chemin optique représente la distance qui serait parcourue par le rayon lumineux dans le même temps s'il était dans le vide.

Preuve.

Exemple. Dans un milieu homogène ($n = \text{Cste}$)

1.2 Surface d'onde

Surface d'onde. Soit S une source lumineuse ponctuelle. On appelle surface d'onde les surfaces (ensemble des points M) telles que

$$\mathcal{L}(SM) = \text{Cste}$$

En d'autres termes, ce sont des surfaces « équi-chemin optique ».

Exemple : Dans un milieu homogène, les surfaces d'onde d'une source ponctuelle sont des sphères. Très loin de la source, en première approximation, les surfaces d'onde sont des plans.

1.3 Théorème de Malus

C'est le théorème qui fait le lien entre l'optique géométrique et l'optique ondulatoire.

Théorème de Malus. (*Il est admis dans le cadre du programme.*)

Soit S une source ponctuelle. Soit Σ une surface d'onde de S et M un point sur Σ . Alors en M le **rayon lumineux est perpendiculaire à la surface d'onde** Σ .

En des termes moins formels, « les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde » (et inversement).

Idée. Grâce à ce théorème, on peut dessiner les surfaces d'ondes si on connaît les rayons lumineux (et inversement).

Exemples : 1) source ponctuelle dans un milieu homogène, 2) rayons parallèles (équivalent à une source à l'infini), 3) surfaces d'onde après la traversée d'une lentille pour une source dans le plan focal objet et 4) utilisation du principe de retour inverse de la lumière.

2 La vibration lumineuse

2.1 Définition

Vibration lumineuse. La lumière émise par une source ponctuelle monochromatique peut être décrite par un champ scalaire $a(M, t)$ qui se propage

$$a(M, t) = a(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

avec $\omega = 2\pi f$. La phase $\varphi(M)$ est pour nous l'objet le plus important dans cette grandeur, c'est elle qui conduit aux phénomènes d'interférence. On s'intéressera rarement voire jamais à l'amplitude $a(M)$.

► On ne précise jamais l'unité de $a(M, t)$, car elle n'est pas définie une fois pour toute. Le signe « $-$ » dans $\omega t - \varphi(M)$ est conventionnel. On peut rencontrer des exercices où la vibration est définie avec un « $+$ ».

Remarque : si la source n'est pas monochromatique, on la décompose en plusieurs sources monochromatiques ; et si elle n'est pas ponctuelle, on la décompose en plusieurs sources ponctuelles. L'amplitude résultante est la somme des amplitudes de chacune des sources.

Remarque : Lien avec l'électromagnétisme. La grandeur a est une composante du champ électromagnétique, c'est-à-dire E_x , ou B_y par exemple. C'est pour cette raison que l'unité de a n'est pas précisée : elle peut représenter tantôt un champ \vec{E} , tantôt un champ \vec{B} et ces champs n'ont pas la même unité.

Modèle scalaire de la lumière. Cette modélisation de la lumière par une onde scalaire constitue le modèle scalaire de la lumière. C'est dans le cadre de ce modèle que nous étudierons les phénomènes d'interférences dans les chapitres ultérieurs.

Remarque. Le modèle scalaire de la lumière permet de rendre compte du comportement ondulatoire de la lumière (interférence et diffraction). Par contre, l'oubli du caractère vectoriel du champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) empêche toute interprétation des phénomènes liés à la **polarisation**. Pour décrire la physique de la polarisation, on est obligé d'avoir recours à l'électromagnétisme (chapitre O6).

2.2 Éclairement

Les détecteurs de lumière (y compris l'œil) sont tous sensibles à l'énergie lumineuse, liée au carré de a . Les fréquences en jeu étant de l'ordre de 10^{15} Hz, ils ne sont en fait plus précisément sensibles uniquement à la valeur moyenne de l'énergie lumineuse.

Éclairement. On appelle éclairement (ou intensité lumineuse) la grandeur

$$\mathcal{E}(M, t) = 2 \langle a^2(M, t) \rangle$$

À un facteur multiplicatif (dimensionné) près, l'éclairement est la puissance surfacique reçue (c'est-à-dire la valeur moyenne du vecteur de Poynting électromagnétique, voir le cours d'électromagnétisme EM8). C'est **la grandeur mesurée par tous les détecteurs optiques**.

► \mathcal{E} est parfois noté I . C'est l'équivalent en optique de l'intensité sonore en acoustique (voir chapitre O4). Commentons également que le facteur 2 est conventionnel, et qu'il est parfois omis.

2.3 Phase de la vibration

Phase de la vibration lumineuse. Pour deux points S et M sur un rayon lumineux, on montre que

$$\varphi(M) = \varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0} \mathcal{L}(SM)$$

La différence de phase est ainsi directement reliée au chemin optique. On comprend pour cette raison que les **surfaces d'onde**, c'est-à-dire les surfaces équi-chemin optique par définition, **sont aussi des surfaces équiphasées**.

Preuve. Soit une source ponctuelle monochromatique S . Cette source émet une onde lumineuse

$$a(S, t) = a(S) \cos(\omega t - \varphi(S))$$

Un observateur en M reçoit l'onde

$$a(M, t) = a(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

qu'on peut également écrire

$$a(M, t) = a(M) \cos(\omega(t - \tau) - \varphi(S))$$

si τ est le temps de propagation de l'onde entre S et M .

3 Généralités sur les détecteurs de lumière

Les détecteurs sont tous sensibles à l'éclairement, c'est-à-dire à la valeur moyenne du carré de l'amplitude. On les distingue principalement par leur **temps de réponse** et leur **sensibilité** : ce sont les deux grandeurs typiques qui caractérisent tel ou tel détecteur.

► La **sensibilité** est la variation de la grandeur mesurée (une tension dans une photodiode par exemple) lors de la variation de l'éclairement. Plus la tension varie plus le détecteur est sensible, c'est-à-dire en particulier qu'il peut permettre de détecter de faibles variations d'éclairement.

► Le **temps de réponse** est le temps que prend la grandeur mesurée (par exemple une tension) à changer lorsque l'éclairement change. Notamment, voici quelques temps de réponse typiques :

- œil : 10^{-1} s (24 images / secondes au cinéma) ;
- photorésistance : 10^{-2} s ;
- photodiode : 10^{-6} s.

Ces temps sont tous très (très) grand devant la période de la vibration lumineuse 10^{-15} s. C'est pour cette raison les détecteurs ne peuvent être sensibles qu'à la moyenne de la puissance reçue.

4 Généralités sur les sources de lumière

4.1 Description des sources

On considère trois grand types de sources de lumière :

- les lampes conventionnelles : LED, ampoule à incandescence, lumière naturelle (rayonnement solaire) ;
- les lampes spectrales : on rencontre en prépa principalement les lampes au sodium et au mercure ;
- les LASERs.

Propriété. Lampes conventionnelles. Elles émettent une lumière dont le spectre est continu et très large (contient typiquement toutes les longueurs d'onde du domaine visible, ou une grande majorité). La répartition spectrale des longueurs d'onde conduit à la couleur de la lumière.

Propriété. Lampes spectrales. Elles émettent une lumière dont le spectre est un spectre de raies. Le spectre ne contient donc que quelques composantes, de largeur très petites mais non nulle ($\Delta f \approx 10^{12}$ Hz $\ll f_0 \approx 10^{15}$ Hz, pour une raie donnée).

Propriété. Lasers. Ils émettent une lumière dont le spectre ne contient qu'une seule raie, beaucoup plus fine que celles des lampes spectrales ($\Delta f \approx 10^6$ Hz). On considère pour cette raison souvent leur lumière parfaitement monochromatique (une raie infiniment fine).

4.2 Modélisation de l'émission des sources réelles : modèle des trains d'onde

Appendice mathématique : Transformée de Fourier. La transformée de Fourier est la représentation d'un signal dans le domaine spectral, c'est-à-dire dans le domaine des fréquences (ou des longueurs d'onde de manière équivalente). Il y a une équivalence entre un signal $s(t)$ et sa transformée de Fourier $\hat{s}(f)$: ce sont deux représentations d'un même signal. On a les propriétés suivantes qu'on admet

- une raie infiniment fine correspond à une onde harmonique infinie (sans réalité physique) ;
- une raie de largeur Δf correspond à une onde de durée typique Δt telle que

$$\Delta f \Delta t \approx 1$$

donc plus la raie est large, plus l'onde correspondante à une durée petite.

Modèle des trains d'onde. C'est un modèle de la vibration lumineuse émise par une source ponctuelle réelle (donc non parfaitement monochromatique). Il s'énonce comme suit

« La lumière émise par une source lumineuse ponctuelle peut être décrite comme une **succession de trains d'onde**. Un train d'onde est une onde harmonique

- de fréquence f ;
- de durée τ , appelé **temps de cohérence de la source** ;
- de **phase à l'origine aléatoire**. »

C'est donc un morceau d'onde harmonique $a(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$ de durée τ où $\varphi(M) = \varphi(S) + 2\pi \mathcal{L}(SM) / \lambda_0$ et où $\varphi(S)$ est aléatoire d'un train d'onde à l'autre.

Le temps de cohérence τ est lié à la largeur spectrale de la source car $\Delta f \times \tau \approx 1$ donc $\tau \approx 1 / \Delta f$.

► C'est parce que la phase $\varphi(S)$ est aléatoire que les phénomènes d'interférence sont rares dans la vie quotidienne. Si les sources étaient parfaitement monochromatiques (donc avec une durée de cohérence infinie et donc une phase $\varphi(S)$ stable dans le temps) nous verrions des interférences partout tout le temps!

Longueur de cohérence temporelle. Elle est définie par

$$\ell_c = c\tau$$

Elle représente la taille du train d'onde s'il se propageait dans le vide.

Quelques valeurs numériques :

	Δf (Hz)	τ (s)	ℓ_c (m)
spectre continu	4×10^{14}	3×10^{-15}	7×10^{-7}
raie du mercure	1×10^{12}	1×10^{-12}	3×10^{-4}
laser	1×10^6	1×10^{-6}	3×10^2

△ △ △

Point méthode. Calcul de chemins optiques.

Nous allons être amenés dans les chapitres à venir à calculer beaucoup de chemins optiques entre deux points S et M d'un rayon lumineux. Pour cela, on dispose des méthodes suivantes :

1. dans un **milieu homogène**, $\mathcal{L}(SM) = nSM$: il suffit de calculer la distance SM directement ;
2. les **chemins optiques sont additifs**. Si le rayon lumineux de S à M passe par A , alors

$$\mathcal{L}(SM) = \mathcal{L}(SA) + \mathcal{L}(AM)$$

On peut se servir de cette propriété pour décomposer le calcul du chemin optique en plusieurs morceaux ;

3. le **théorème de Malus** (combiné ou non avec le **principe de retour inverse de la lumière**) permet souvent de déterminer facilement la forme des surfaces d'onde, et donc d'identifier des points à équidistance optique de la source. En pratique, on ne rencontre que deux cas :

Cas 1. Si les rayons lumineux sont tous parallèles entre eux (source à l'infini), alors les surfaces d'ondes sont planes.

Cas 2. Si la source est dans un milieu homogène, alors elle émet des surfaces d'onde sphériques.