H3-TD

Correction

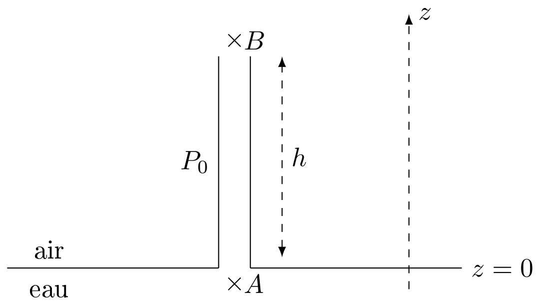
H3 — 02 Fontaine verticale

1) Par contact avec l'atmosphère, la pression en haut du jet est égale à la pression atmosphérique

$$\boxed{P(h) = P_0}$$

Par ailleurs, dans le jet, le champ de vitesse est **unidirectionnel** $\vec{v} = v\,\vec{e_z}$. Le fluide étant parfait, **la pression évolue donc comme en statique dans les directions orthogonales à l'écoulement** x **et** y, c'est-à-dire qu'elle ne varie pas. Puisque sur les bords du jet l'atmosphère impose P_0 comme pression, on déduit que partout dans le jet la pression est égale à P_0, et notamment à sa base :

$$\boxed{P(0) = P_0}$$



2) Le fluide est parfait et homogène (c'est de l'eau), en écoulement incompressible et stationnaire. On peut donc appliquer le théorème de Bernoulli à la ligne de courant qui va de A à B. Il s'écrit

$$\frac{v_A^2}{2} + \frac{P_A}{\varrho} + g\,z_A = \frac{v_B^2}{2} + \frac{P_B}{\varrho} + g\,z_B$$

or $P_A = P(0) = P_0$, tout comme $P_B = P(h) = P_0$. On a également $z_B - z_A = h$. De plus, tout en haut du jet l'eau est au plus haut de son mouvement donc $v_B = 0$. Il vient

$$h = \frac{v_A^2}{2\,g}$$

Connaissant le débit massique à la base D_m du jet et sa section s, on obtient la vitesse v_A par

$$D_m = \iint_s \varrho\,\vec{v}\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S} = \varrho \iint_s v_A\,\mathrm{d}S = \varrho\,v_A\,s \qquad \text{soit} \qquad v_A = \frac{D_m}{\varrho\,s} = 63{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

car $s = \pi\,(d\,/\,2)^2$. On conclut

$$\boxed{h = \frac{v_A^2}{2\,g} = 138 \text{ m}}$$

en prenant $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. En réalité la hauteur du jet serait un peu moins haute du fait des frottements sur l'air. Ci-dessous une image du célèbre jet d'eau de Genève (voir `https://fr.wikipedia.org/wiki/Jet_d%27eau_de_Gen%C3%A8ve`).