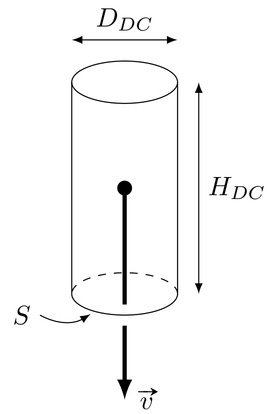
H0-TD

Correction

H0 — 10 Plongée et remontée de *DeepSea Challenger*



1) À partir de la photo, on peut démarrer le raisonnement en modélisant le sous-marin comme un cylindre vertical. Il est de surface

$$S = \pi \left(\frac{D_{DC}}{2}\right)^2 = 3{,}5 \text{ m}^2$$

et de volume

$$V = \text{« base} \times \text{hauteur »} = \pi\, H_{DC} \left(\frac{D_{DC}}{2}\right)^2 = 25{,}5 \text{ m}^3$$

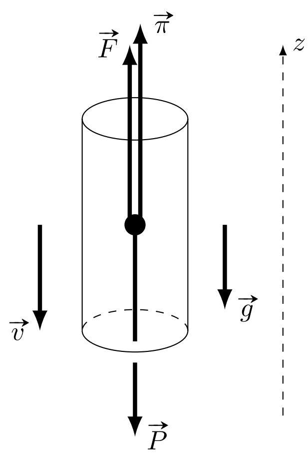
Le profil du sous-marin correspond à la géométrie C du document et puisque $H_{DC} \,/\, D_{DC} = 7{,}30 \,/\, 2{,}11 \approx 3{,}5$ est proche de 4, on supposera que le coefficient de trainée vaut

$$C_x = 0{,}87$$

L'énoncé indique également que les deux phases de montée et de descente se font à vitesse quasiment constante. Les phases durent respectivement $t_d = 2\text{h}30 = 9000$ s et $t_m = 1\text{h}10 = 4200$ s. Évaluons ces vitesses :

$$v_d = \frac{z_0}{t_d} = 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \qquad \text{et} \qquad v_m = \frac{z_0}{t_m} = 2{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Dès lors, on peut étudier les deux phases du mouvement séparément. On note m la masse du sous-marin et m_B la masse des ballasts.



Phase de descente. On étudie le sous-marin lesté (de masse $m + m_B$) dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On munit ce référentiel d'un axe z vertical ascendant. Le système est soumis à son poids $\vec{P}$, à la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ et à la force de frottement de l'eau $\vec{F}$. Elles s'écrivent

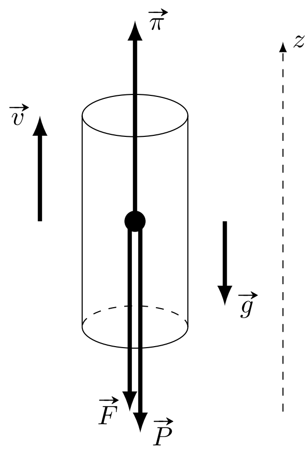
- $\vec{P} = (m + m_B)\, \vec{g} = -m\, g\, \vec{e_z}$;
- $\vec{\pi} = -\varrho\, V\, \vec{g} = \varrho\, V\, g\, \vec{e_z}$;
- et $\vec{F} = \dfrac{1}{2}\, \varrho\, S\, C_x\, v_d^2\, \vec{e_z}$ (opposée au déplacement).

Le théorème du centre de masse appliqué au système donne alors

$$m\, \vec{a} = \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{F}$$

La vitesse étant considérée constante, l'accélération est nulle et par conséquent la projection du TCM sur z conduit à

$$0 = -(m + m_B)\, g + \varrho\, V\, g + \frac{1}{2}\, \varrho\, S\, C_x\, v_d^2 \qquad \text{(d)}$$



Phase de montée. On étudie le sous-marin liberé de ces ballasts (de masse m), toujours dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Cette fois les forces s'écrivent

- $\vec{P} = m\, \vec{g} = -m\, g\, \vec{e_z}$;
- $\vec{\pi} = -\varrho\, V\, \vec{g} = \varrho\, V\, g\, \vec{e_z}$;
- et $\vec{F} = -\dfrac{1}{2}\, \varrho\, S\, C_x\, v_m^2\, \vec{e_z}$ (opposée au déplacement).

La projection du TCM sur z conduit ici à

$$0 = -m\, g + \varrho\, V\, g - \frac{1}{2}\, \varrho\, S\, C_x\, v_m^2 \qquad \text{(m)}$$

Nous pouvons alors déterminer la masse des ballasts m_B en calculant (d) − (m). On obtient

$$0 = -m_B\, g + \frac{1}{2}\,\varrho\, S\, C_x \left(v_d^2 + v_m^2\right)$$

soit finalement

$$\boxed{m_B = \frac{1}{2}\,\frac{\varrho\, S\, C_x}{g} \left(v_d^2 + v_m^2\right) = 1{,}4 \text{ tonnes.}}$$