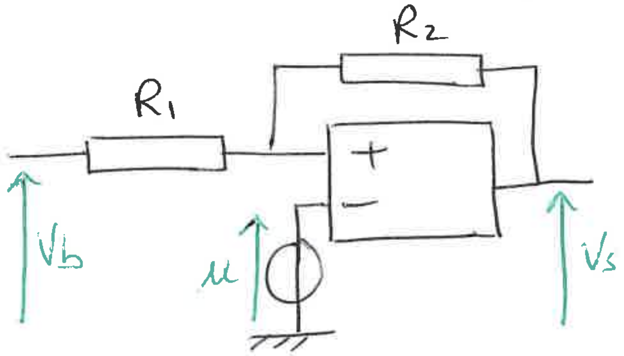
E4-02

1) L'ALI de gauche ne possède pas de rétroaction sur l'entrée inverseuse ⊖.
Il est donc instable et fonctionne en régime saturé.

On a donc deux cas possibles :

* $V_s = + V_{sat}$ si $\varepsilon > 0$
* $V_s = - V_{sat}$ si $\varepsilon < 0$

<u>1er cas</u> $V_s = + V_{sat}$. Il faut pour cela $\varepsilon > 0$.



Ici $V_- = u$.
On obtient par ailleurs V_+ en observant que $i_+ = 0$

donc par loi d'Ohm

$$\frac{V_b - V_+}{R_1} = \frac{V_+ - V_s}{R_2}$$

d'où

$$\frac{R_1 V_s + R_2 V_b}{R_1 + R_2} = V_+$$

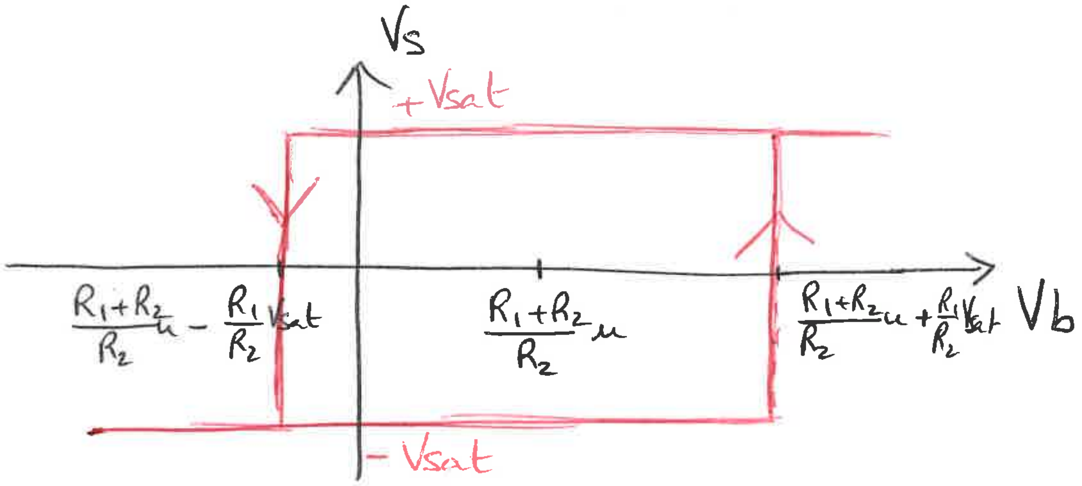
On a donc $V_s = + V_{sat}$ si $V_+ > u$ donc si

$$V_b > \frac{(R_1 + R_2)u - R_1 V_{sat}}{R_2}$$

<u>2e cas</u> Si $V_s = -V_{sat}$. Il faut $\varepsilon < 0$ pour cela. Le même raisonnement conduit cette fois à

$$V_b < \frac{R_1 + R_2}{R_2} u + \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

On trace alors le cycle d'hystérésis suivant :



Les commutations de V_{sat} vers $-V_{sat}$ et de $-V_{sat}$ vers $+V_{sat}$ se font à 2 seuils différents : le montage présente un cycle d'hystérésis dans le sens trigonométique.

2) Cette fois l'ALI est en régime linéaire car il y a une rétroaction sur l'entrée $\ominus$. Étant également de gain infini, cela impose $\varepsilon = 0$.

Or ici $V_+ = v$ et puisque $i_- = 0$ on a par loi d'Ohm

$$\frac{V_s - V_-}{R} = (V_- - V_b) jC\omega$$

d'où, puisque $V_- = V_+ = v$,

$$V_s - v = jRC\omega\,(v - V_b)$$

et donc

$$\boxed{\underline{V_b} = v - \frac{V_s - v}{jRC\omega} = \frac{-\underline{V_s} + v\,(jRC\omega + 1)}{jRC\omega}}$$

3) En fait, en repassant en réel,

$$jRC\omega\,\underline{V_b} = -\underline{V_s} + v\,(jRC\omega + 1)$$

donne

$$RC\frac{dV_b}{dt} = -V_s + \cancel{RC\frac{dv}{dt}} + v$$

0

Car v est constante

d'où

$$V_b = -\frac{1}{RC}\int_0^t V_s(u)\,du + \frac{1}{RC}\int_0^t v\,du + \text{Cste}.$$

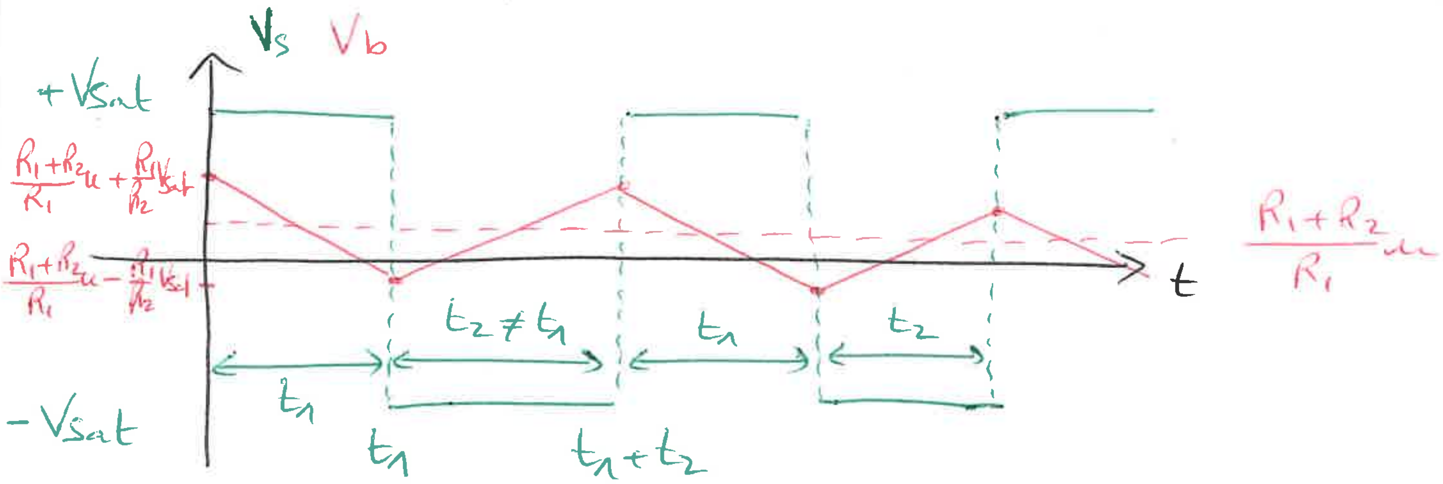
Lorsque $V_s = +V_{sat}$, on a donc

$$V_b(t) = V_b(0) - \frac{V_{sat} - v}{RC}\,t$$

et $$V_b(t) = V_b(0) + \frac{V_{sat} + v}{RC}\,t$$ lorsque $V_s = -V_{sat}$.

Ainsi, $\begin{cases} V_b \text{ diminue si } V_s = +V_{sat} \\ V_b \text{ augmente si } V_s = -V_{sat} \end{cases}$

et ces deux comportements amènent V_b à dépasser les seuils qui conduisent aux basculements de V_s. En conséquence, V_s va basculer périodiquement de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$. On trace



Dans ce montage, la valeur moyenne de V_b est non nulle et vaut $\frac{R_1+R_2}{R_1}u$.

4) Prenons pour origine des temps $t=0$ la bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ (de V_s).
Alors à ce moment V_b vaut $\frac{R_1+R_2}{R_1}u + \frac{R_1}{R_2}V_{sat} = V_b(0)$
et $V_s = +V_{sat}$.
Après cela, on a d'après la question 3

$$V_b(t) = V_b(0) - \frac{1}{RC}(V_{sat} - u)\,t$$

$$= \frac{R_1+R_2}{R_1}u + \frac{R_1}{R_2}V_{sat} - \frac{1}{RC}(V_{sat} - u)\,t.$$

La bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ a lieu lorsque

$$V_b(t) = \frac{R_1+R_2}{R_1}u - \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$$

donc pour

$$-\frac{R_1}{R_2}V_{sat} = \frac{R_1}{R_2}V_{sat} - \frac{1}{RC}(V_{sat}-\vartheta)\,t$$

c'est-à-dire

$$\boxed{t_1 = \frac{2R_1RC}{R_2}\,\frac{V_{sat}}{V_{sat}-\vartheta}}$$

À l'inverse, une fois que $V_s = -V_{sat}$, alors

$$V_b(t_1+t) = V_b(t_1) + \frac{V_{sat}+\vartheta}{RC}t$$

avec $V_b(t_1) = \dfrac{R_1+R_2}{R_1}u - \dfrac{R_1}{R_2}V_{sat}$

La bascule suivante vers $V_s = +V_{sat}$ est obtenue pour t_2 tel que

$$V_b(t_1+t_2) = \frac{R_1+R_2}{R_1}u + \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$$

soit pour

$$-\frac{R_1}{R_2}V_{sat} + \frac{V_{sat}+\vartheta}{RC}t_2 = \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$$

donc $\boxed{t_2 = \dfrac{2R_1RC\,V_{sat}}{R_2(V_{sat}+\vartheta)}}$

Et finalement la période est $T = t_1 + t_2$

donc

$$T = \frac{2 R_1 RC}{R_2} V_{sat} \left(\frac{1}{V_{sat} - v} + \frac{1}{V_{sat} + v} \right)$$

$$= \frac{2 R_1 RC}{R_2} V_{sat} \frac{2 V_{sat}}{V_{sat}^2 - v^2}$$

et finalement

$$\boxed{T = \frac{4 R_1 RC V_{sat}^2}{R_2 (V_{sat}^2 - v^2)}}$$

On comprend que la tension v permet de commander la période de l'oscillation spontanée.