DS1 Problème 6 PSI

31/ L'ALI fonctionnant en régime linéaire, $\underline{V_-} = \underline{V_+}$

or par un pont diviseur de tension (valable car $\underline{i_+} = 0$) on a

$$\underline{V_+} = \frac{1/jC\omega}{r + 1/jC\omega}\underline{V_e} = \frac{1}{1+jrC\omega}\underline{V_e}$$

Par ailleurs, le courant traversant R_1 est le même qui traverse R_2 (car $\underline{i_-} = 0$) donc par loi d'Ohm

$$\frac{\underline{V_e} - \underline{V_-}}{R_1} = \frac{\underline{V_-} - \underline{V_s}}{R_2}$$

d'où $$\underline{V_-} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\left(\frac{\underline{V_e}}{R_1} + \frac{\underline{V_s}}{R_2}\right)$$

donc ($\underline{V_-} = \underline{V_+}$)

$$\underline{V_e}\left(\frac{1}{1+jrC\omega} - \frac{R_2}{R_1+R_2}\right) = \frac{R_1}{R_1+R_2}\underline{V_s}$$

Soit $$\underline{T} = \frac{R_1 + R_2 - jrR_2C\omega - R_2}{R_1(1+jrC\omega)}$$

et finalement

$$\boxed{\underline{I} = \frac{R_1 - j R_2 r C\omega}{R_1 + j r R_1 C\omega}}$$

<u>32)</u> On calcule $|\underline{I}| = \dfrac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 r^2 C^2 \omega^2}}{\sqrt{R_1^2 + R_1^2 r^2 C^2 \omega^2}}$

qui est visiblement indépendant de ω si $R_1 = R_2$

donc si $\boxed{R_2 = 1000\ \Omega}$

<u>33)</u> $\boxed{|\underline{I}| = 1}$ dans ce cas.

<u>34)</u> $\varphi \equiv \arg(\underline{I}) = -\arctan\left(\dfrac{R_2 r C\omega}{R_1}\right)$

$- \arctan\left(\dfrac{R_1}{R_1} r C\omega\right)$

si $R_1 = R_2$, on a donc

$$\varphi = -2\arctan(rC\omega)$$

soit $\boxed{\tan\left(\dfrac{\varphi}{2}\right) = -rC\omega}$ (tangente est impaire)

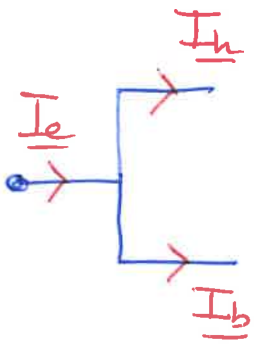
2

35| si $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ alors

$$rC\omega = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

donc $\boxed{r = \frac{1}{C\omega}}$ AN $\boxed{r = 1000\ \Omega}$

36| si $R_1 = R_2$ et $r = \frac{1}{C\omega}$, alors on calcule que $\underline{I_e}$ vaut



$$\underline{I_e} = \underline{I_h} + \underline{I_b}$$

$$= \frac{-\underline{V_s} + \underline{V_e}}{2R_1} + \frac{\underline{V_e}}{r + 1/jC\omega}$$

mais $\underline{V_s} = \underline{I}\ \underline{V_e}$ donc

$$\underline{I_e} = \left\{ \frac{-\underline{I} + 1}{2R_1} + \frac{1}{r(1-j)} \right\} \underline{V_e}$$

mais $|\underline{I}| = 1$ et $\arg \underline{I} = -\frac{\pi}{2}$ donc $\underline{I} = -j$

d'où $$\underline{I_e} = \left\{ + \frac{(1+j)}{2R_1} + \frac{1}{r(1-j)} \right\} \underline{V_e}$$

et $\dfrac{1}{1-j} = \dfrac{1+j}{(1-j)(1+j)} = \dfrac{1+j}{2}$

donc $\underline{Z_e} = \dfrac{\underline{V_e}}{\underline{I_e}} = \dfrac{1}{\frac{1}{r}\frac{(1+j)}{2} + \frac{(1+j)}{2R_1}}$

$\begin{cases} r = 1000\,\Omega \\ R_1 = 1000\,\Omega \end{cases}$ $= \dfrac{2R_1}{1+j+1+j}$

$= \dfrac{R_1}{1+j} = \dfrac{R_1}{2}(1-j)$

Soit finalement $\boxed{\underline{Z_e} = 500\,(1-j)\ \Omega}$