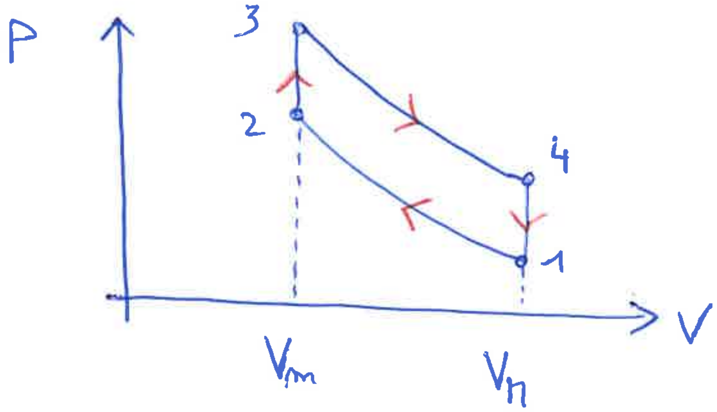
DS1 Problème 2 PC et PSI

Q25/ On peut chercher à représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V).



Ensuite, les étapes isentropes étant réversibles, elles sont également adiabatiques.

En effet

$$\Delta S = 0 \overset{\text{2e principe}}{=} S_{éch} + S_c$$

isentrope

$$= S_{éch} \equiv \frac{Q}{T_{ext}}$$

réversible $S_c = 0$

définition de l'entropie échangée.

donc $Q = 0$ sur ces étapes.

Q_{12} et Q_{34} sont donc nuls.

Par ailleurs, sur les isochores $W = 0$ donc $W_{23} = W_{41} = 0$.
Sur ces deux transfos, le premier principe donne donc

$$\Delta U_{23} = Q_{23} \quad \text{donc} \quad \boxed{Q_{23} = C_V(T_3 - T_2)}$$

1ère loi de Joule

$$\text{et} \quad \Delta U_{41} = Q_{41} \quad \text{donc} \quad \boxed{Q_{41} = C_V(T_1 - T_4)}$$

Or puisque $V_2 = V_3$ et que $P_3 > P_2$, on a $T_3 > T_2$.

loi des GP

car "compression"

et même raisonnement $T_1 < T_4$.

D'où

$$Q_{12} = 0, \quad Q_{23} = \overbrace{n C_{Vm}}^{= C_V} (T_3 - T_2) > 0$$

$$Q_{34} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{41} = n C_{Vm} (T_1 - T_4) < 0$$

Le seul transfert thermique reçu (de la source chaude donc)

(c'est-à-dire > 0)

est donc Q_{23}.

Finalement,

$$\boxed{Q_c = Q_{23} = n C_{Vm} (T_3 - T_2)}$$

Q 26, $\boxed{Q_f = Q_{41} = n C_{Vm} (T_1 - T_4)}$ d'après le raisonnement précédent

Q 27, Pour un moteur, le rendement est $\eta = \dfrac{-W}{Q_c}$

or le premier principe sur un cycle donne

$$\Delta U = 0 = W + \cancel{Q_{12}} + \underbrace{Q_{23}}_{= Q_c} + \cancel{Q_{34}} + \underbrace{Q_{41}}_{= Q_f}$$

U fonction d'état donc $\Delta U = 0$ sur un cycle

Soit $-W = Q_c + Q_f$

et alors $\eta = \dfrac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c}$

D'après les questions précédentes

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}}$$

Q 28/ Un GP subissant une transformation isentropique vérifie les lois de Laplace. Notamment,

$$T V^{\gamma-1} = C^{te}.$$

donc

sur $1 \to 2$ $\quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

or $V_1 = V_M$ et $V_2 = V_m$

donc $\boxed{T_1 = T_2 \, a^{1-\gamma}}$

sur $3 \to 4$ $\quad T_3 V_m^{\gamma-1} = T_4 V_M^{\gamma-1}$

donc $\boxed{T_3 = T_4 \, a^{\gamma-1}}$

Q 29/ D'après Q25/, $\dfrac{Q_{41}}{Q_{23}} = \dfrac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$ donc

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}} \quad (< 1)$$

car $\begin{cases} T_4 > T_1 \\ T_3 > T_2 \end{cases}$

Q30 D'après la question Q28, on a

$$a^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1}$$

alors

$$\eta = 1 + \underbrace{\frac{T_4}{T_3}}_{a^{1-\gamma}} \underbrace{\frac{\left(\overset{=\frac{T_2}{T_3}}{\frac{T_1}{T_4}} - 1\right)}{\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)}}_{=-1} = 1 - a^{1-\gamma}$$

Finalement $\boxed{\eta = 1 - a^{1-\gamma}}$