DS 1 Problème 1 PC et PSI

Q 31) Le piston central étant mobile, à l'équilibre il y a égalité des pressions dans les deux compartiments.

$$\boxed{p_2 = p_1}$$

D'après la loi des gaz parfaits $\dfrac{nRT_2}{V_2} = \dfrac{nRT_1}{V_1}$

et $V_1 + V_2 = 2V_0$ d'après l'énoncé.

d'où

$$\frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1} \quad \text{avec} \quad V_2 = 2V_0 - V_1$$

Par ailleurs, le compartiment (2) est tel que $\boxed{T_2 = T_0}$ car la paroi qui le sépare de l'extérieur à T_0 est diathermane. À l'équilibre, il y a donc égalité des températures.

Finalement,

$$\frac{T_0}{2V_0 - V_1} = \frac{T_1}{V_1}$$

soit $\quad T_0 V_1 = 2V_0 T_1 - V_1 T_1 \quad$ donc $\quad \boxed{V_1 = \dfrac{2T_1}{T_0 + T_1} V_0}$

et $\quad \boxed{V_2 = 2V_0 - V_1 = \dfrac{2T_0}{T_0 + T_1} V_0}$

Q32 Équilibre mécanique donc $\boxed{p_2 = p_1}$

et
$$\boxed{p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} \underset{\text{d'après Q31}}{=} \frac{nRT_1}{\underbrace{(2V_0)}_{V_t}} \times \frac{T_1+T_0}{T_1} = \frac{nR(T_1+T_0)}{V_t}}$$

Q33 $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$ si U est l'énergie interne de (1) + (2)

or $\Delta U_1 = C_{V_1}(\Delta T)_1$ d'après la première loi de Joule (car (1) est un GP)

et $\Delta U_2 = C_{V_2}(\Delta T)_2$

mais $(\Delta T)_1$ la variation de température du gaz (1) est

$$(\Delta T)_1 = T_1 - T_0 \quad (\text{"temp finale − temp initiale"})$$

et $(\Delta T)_2 = T_0 - T_0 = 0$ donc $\Delta U_2 = 0$

d'où
$$\boxed{\Delta U = \Delta U_1 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)}$$

Q34 Le premier principe donne pour le gaz (2)

$$\Delta U_2 = W_2 + Q_2$$

or $\Delta U_2 = 0$ (Q33) donc $\boxed{W_2 = -Q_2}$

Ensuite, l'évolution du gaz (2) est monotherme (car la temp finale est la temp initiale). Par ailleurs, étant supposée réversible, elle est aussi quasi-statique forcément, et donc elle est isotherme : $T_2 = T_0$ tout le temps.

2

On calcule alors

$$W_2 \equiv -\int_{V_0}^{V_2} p_{ext}\, dV \overset{QS}{=} -\int_{V_0}^{V_2} p\, dV \overset{GP}{=} -nR\int_{V_0}^{V_2} T\frac{dV}{V}$$

$$\overset{\text{isotherme}}{=} -nRT_0\int_{V_0}^{V_2}\frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right)$$

d'où (Q 31)

$$W_2 = -nRT_0 \ln\left(\frac{2T_0}{T_0+T_1}\right)$$

soit

$$\boxed{W_2 = nRT_0 \ln\left(\frac{T_0+T_1}{2T_0}\right)}$$

Q35/ Déjà, $Q_1 = Q_{elec} + Q_{2\to1}$ or $Q_{2\to1} = Q_{con}$

le piston est calorifugé donc

$$\boxed{Q_1 = Q_{elec} = ri^2\tau}$$

Ensuite $\Delta U = W + Q$ pour le système (1) ⊕ (2).

Mais ce système ne reçoit aucun travail (parois rigides)

donc $W = 0$, et il reçoit Q_{elec} et Q_2 (toutes les autres parois sont calorifugées) donc

$$\Delta U = Q_{elec} + Q_2 \quad \text{mais} \begin{cases} Q_{elec} = Q_1 \\ Q_2 = -W_2 \end{cases}$$

donc

$$\boxed{Q_1 = \Delta U + W_2}$$

Q36) D'après le second principe, et sachant que l'évolution de (2) est monotherme

$$S_2^{(r)} = \frac{Q_2}{T_0} = \frac{-W_2}{T_0}$$

Soit $\boxed{S_2^{(r)} = -nR\ln\left(\frac{T_0+T_1}{2T_0}\right) = nR\ln\left(\frac{2T_0}{T_0+T_1}\right)}$

et $\boxed{S_2^{(c)} = 0}$ car la transfo de (2) est supposé réversible (voir Q34).